

Prof. Dr. Josef Bemelmans
Institut für Mathematik, RWTH Aachen
bemelmans@instmath.rwth-aachen.de



Telefon: +49(0)241-8094889
Fax: +49(0)241-8092323
Skr.: +49(0)241-8094921
+49(0)241-8094922
Hausadr.: Templergraben 55
1. Etage, Raum 110/111
Postadr.: D-52062 Aachen
Germany

Probeklausur zu Höhere Mathematik I WS 2007/2008
Bearbeitungszeit 90 Minuten

1. Aufgabe (14 Punkte) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

stetig ist, indem Sie für alle Punkte x_0 aus dem Definitionsbereich

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \mathcal{D}(f) : |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

nachweisen.

2. Aufgabe (8 Punkte) Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2}^n \frac{1}{k(k-1)}.$$

3. Aufgabe (12 Punkte) Es sei $c \in (0, 1)$. Die Folge $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch

$$a_1 := c, a_{n+1} := a_n - a_n^2.$$

Untersuchen Sie $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

4. Aufgabe (10 Punkte) Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\binom{2n}{n} < 4^n.$$

5. Aufgabe (10 Punkte) Berechnen Sie den rechts- und linksseitigen Grenzwert der Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) := \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{1 - x}} & \text{falls } x < 1 \\ \log(x + 1) & \text{falls } x > 1, \end{cases}$$

an der Stelle $x_0 := 1$. Ist f in x_0 stetig ergänzbar? Falls ja, geben Sie die stetige Ergänzung an.

Hilfsmittel:

Als einziges Hilfsmittel bei der Klausur zu Höhere Mathematik I ist nur ein *DIN A4 Blatt* - beidseitig eigenhändig handschriftlich beschrieben (Fotokopien bzw. Computerausdrucke sind **verboten**) - zugelassen. Dieses Blatt muss mit Ihrem *Namen* und Ihrer *Matrikelnummer* gekennzeichnet sein. Die Benutzung eines Taschenrechners ist **verboten**.

Hinweis:

Die Probeklausur umfasst die Themen, die in den Übungen bis einschließlich **14.12.2007** behandelt wurden. Bitte beachten Sie, dass für die Bachelorklausur der Stoff des ganzen Semesters prüfungsrelevant ist.

Damit Sie ein möglichst realistisches Bild Ihrer Leistung erhalten, sollten Sie diese Probeklausur unter Klausurbedingungen bearbeiten. Das heißt insbesondere, dass Sie die Bearbeitungszeit von **90 Minuten** strikt einhalten und keine anderen als die erlaubten Hilfsmittel benutzen sollten.

Sie müssen mindestens **22 Punkte** erreichen um die Klausur zu bestehen. Eine detaillierte Punkte - Note Tabelle wird zusammen mit der Musterlösung im Januar veröffentlicht.