

**1. Aufgabe:** Man bestimme die Lösung des Anfangswertproblems

$$(2,5) \quad \begin{cases} u'' + 2u' = 1 & (x > 0) , \\ u(0) = 1 , \quad u'(0) = 1 . \end{cases}$$

---

**2. Aufgabe:** Man berechne

$$(3) \quad \begin{aligned} \text{(a.)} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x - x^2 \log \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right) ; \\ \text{(b.)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - 1)}{\log(1 + x^2)} . \end{aligned}$$

---

**3. Aufgabe:** Man beweise mit Hilfe der Definition der Konvergenz einer unendlichen Reihe, daß

$$(2,5) \quad S = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k + (-1)^{3k}}$$

konvergent ist. Welchen Wert hat  $S$  ?

---

**4. Aufgabe:** Man bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$(1,5) \quad \sum_{k=2}^{\infty} 3^{2k^2} \log \frac{k-1}{k} 2^{3k} x^k .$$

---

**5. Aufgabe:** Mit Hilfe der Taylorschen Formel beweise man:

$$(3,5) \quad -24(x-1)^2 < \log(2-x^2) + 2(x-1) < 0 \quad \left( |x-1| < \frac{1}{4} \right) .$$

---

**6. Aufgabe:** Gegeben seien die Geraden

$$(3) \quad \begin{aligned} G_1 : \quad \underline{x} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ \alpha \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}, \\ G_2 : \quad \underline{x} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \alpha \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ \alpha \\ 1 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

mit  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  besitzen  $G_1$  und  $G_2$  einen Schnittpunkt?  
Man bestimme diesen Schnittpunkt.

---