Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
Institut für Mathematik, Prof. Dr. J. Bemelmans
Ersatzanwesenheitsübung zur Höheren Mathematik II
SS 2002

---

1. Aufgabe: Gegeben sei die Funktion $f : \left[\frac{1}{2}, \infty\right) \to \mathbb{R}$ mit

(12)

$$f(x) = \frac{18}{x} + \frac{12}{x^2} - \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4} - 25 \; .$$

(a) Man beweise, daß f auf $[1, \infty)$ streng monoton fallend ist und dort zu $y = f(x)$ die Umkehrfunktion $x = g(y)$ existiert.

(b) Man berechne die Zahlenwerte $g(0)$, $g'(0)$, $g''(0)$.

---

2. Aufgabe: Man berechne

(5) + (7)

(a) $\displaystyle\int_0^2 \frac{2 - x}{1 + \sqrt{4x - x^2}}\, dx$; **(b)** $\displaystyle\int_0^1 x \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}\, dx$.

---

3. Aufgabe: Man berechne den skizzierten Flächeninhalt F ($T > 0$ fest).

(8)

---

4. Aufgabe: Man untersuche, ob die folgenden Grenzwerte existieren, und berechne sie gegebenenfalls:

(12)

(a) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x \tanh x + 2 \log(\cosh x)}{x \sinh x}$;

(b) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + \log(2x)}{x^2 \arctan x}$.

---

5. Aufgabe: Man bestimme die Lösung des Anfangswertproblems

(13)

$$u' + u^2 = \frac{2}{x^2} \qquad (1 < x < \infty) \quad ,$$
$$u(1) = 3 \quad ,$$

indem man zunächst eine partikuläre Lösung $u_p = \frac{a}{x}$ der Riccatischen Differentialgleichung bestimmt.

---

6. Aufgabe: Man bestimme die Lösung des Anfangswertproblems

(13)

$$u'' - 2u' + u = 2e^x \; , \qquad x > 0 \; ,$$
$$u(0) = 1 \; ; \quad u'(0) = -3 \; .$$
