Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
Institut für Mathematik, Prof. Dr. S. Maier–Paape
Anwesenheitsübung zur Höheren Mathematik II
SS 2002

---

1. Aufgabe: Man zerlege

(14)

$$f(x) \;=\; 2\,\frac{x^3 \;-\; x^2 \;-\; x \;-\; 1}{(x+1)^2\;(x-1)^2}$$

in Partialbrüche und zeige, dass

$$\int_0^{\frac{1}{2}\sqrt{2}} f(x)\;dx \;=\; -\;\log(2)\;-\;2\sqrt{2}$$

gilt.

---

2. Aufgabe: Es sei $\;y \;=\; f(x) \;=\; \coth x \;=\; \dfrac{\cosh x}{\sinh x} \qquad (x>0)\;.$

(8)

Man zeige, dass zu $\;y=f(x)\;$ für $\;x>0\;$ die Umkehrfunktion

$x \;=\; g(y) \;=\; \operatorname{arcoth} y\;$ existiert, und berechne $\;\dfrac{dg}{dy}\;.$

---

3. Aufgabe: Berechnen Sie

(12)

$$\frac{1}{9}\int_{-1}^{x_1} \frac{4x^2 \;+\; 20x \;+\; 25}{\sqrt{x^2 \;+\; 5x \;+\; 4}}\;dx$$

mit $\;x_1 \;=\; \frac{3}{2}\cosh(1) - \frac{5}{2}\;.$

---

4. Aufgabe: Man zeige mit Hilfe der Taylorformel:

(12)

$$-\,\frac{1}{3}\,x^4 \;\le\; \sin^2 x \;-\; x^2 \;\le\; \frac{1}{6}\,x^4 \qquad \left(-\,\frac{\pi}{6}\;\le\;x\;\le\;\frac{\pi}{3}\right)\;.$$

---

5. Aufgabe: Man bestimme alle Lösungen des Anfangswertproblems

(12)

$$y(1+x)\;\cdot\;y' \;=\; x(y^2-9)\;, \qquad y(0)\;=\;4\;.$$

---

6. Aufgabe: Bestimmen Sie die Lösungsmenge L_{hom} des linearen Differentialgleichungssystems

(12)

$$u'(t) \;=\; Au(t)\;, \quad \text{wobei} \quad A \;=\; \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\;.$$

Welche Lösung erfüllt das Anfangswertproblem mit $\;u(0) = \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \end{pmatrix}$?

Skizzieren Sie diese Trajektorie in der u_1, u_2–Ebene (nur qualitatives Diagramm mit Hilfslinien) und benennen Sie den Typ der Ruhelage $\;u=0$.
