Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
Institut für Mathematik, Prof. Dr. S. Maier–Paape
Ersatzanwesenheitsübung zur Höheren Mathematik II
SS 2002

---

1. Aufgabe: Gegeben sei die Funktion $f\colon \left[\frac{1}{2}, \infty\right) \to \mathbb{R}$ mit

(14)

$$f(x) = 8^x - x\left\{\log(8x) - 1\right\} + \log 8 .$$

(a) Man beweise, dass f auf $\left[\frac{1}{2}, \infty\right)$ strikt konvex ist.

(b) Man beweise mit Hilfe von **(a)**, dass f auf $\left[\frac{1}{2}, \infty\right)$ streng monoton wachsend ist.

(c) Aus **(b)** erfolgt bekanntlich, dass zu $y = f(x)$ die Umkehrfunktion $x = g(y)$ existiert. Man bestimme den Definitions- und Wertebereich von g.

(d) Man berechne die Zahlenwerte $g(9)$, $g'(9)$.

---

2. Aufgabe: Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $x, y > 0$ mit

(10)

$$\log n < x < y .$$

Mit Hilfe des Mittelwertsatzes beweise man:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} < \frac{\log(\cosh y) - \log(\cosh x)}{y - x} < 1 .$$

Hinweis: $\dfrac{\sinh x}{\cosh x} = 1 - \dfrac{2}{e^{2x} + 1}$.

---

3. Aufgabe: Man bestimme die Lösung des Anfangswertproblems

(16)

$$u'' + 4u = \frac{\sin x}{\cos^3 x} , \qquad 0 < x \le \frac{\pi}{4} ,$$

$$u(0) = 2 , \quad u'(0) = 1 .$$

---

4. Aufgabe: Berechnen Sie

(12) **(a)** $$\int_0^1 \frac{x^2\,dx}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}}$$

(6) **(b)** $$\int x \cdot \arccos\frac{1}{x}\, dx \qquad (x > 1) .$$

---

5. Aufgabe: Man untersuche auf Konvergenz bzw Divergenz:

(12)

$$\int_0^\infty \frac{\tanh x}{x^{3/2}}\, dx .$$
