Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
Institut für Mathematik, Prof. Dr. R. L. Stens
Ersatzanwesenheitsübung zur Höheren Mathematik II
SS 2004

Aufgabe 1: (12 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösung u des Anfangswertproblems

$$u' + \frac{1-x}{1+x}\,u = \frac{1-x}{1+x}\,, \qquad (x>0)$$

$$u(0) = -1\ .$$

Aufgabe 2: (16 Punkte)

Berechnen Sie die bestimmten Integrale:

(a) $\displaystyle\int_0^1 (x-1)\ \log(x+1)\ dx$ **(8)**

(b) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} 2\cos(x)\sqrt{2(1+\sin(x))-\cos^2(x)}\ dx$ **(8)**

Aufgabe 3: (10 Punkte)

Finden Sie alle Extremstellen von

$$f(x) = \int_0^x (1+4t)\ e^{t^2}dt + xe^{x^2} \qquad (x\in\mathbb{R})\ ,$$

sofern diese existieren.

Aufgabe 4: (20 Punkte)

Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x\tanh(x)\ +\ 2\log(\cosh(x))}{x\sinh(x)}$ **(6)**

(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^2\ +\ \log(2x)}{x^2\arctan(x)}$ **(6)**

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sinh^2(x)} - \frac{1}{x^2}\right)$ **(8)**

Aufgabe 5: (12 Punkte)

Es sei $f\colon [1, \infty) \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) \;=\; \frac{18}{x} + \frac{12}{x^2} - \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4} - 25 \,.$$

(a) Zeigen Sie, dass f streng monoton fallend auf $[1, \infty)$ ist und damit die Umkehrfunktion g zu f existiert. **(5)**

(b) Berechnen Sie die Zahlenwerte $g(0)$, $g'(0)$, $g''(0)$. **(7)**