Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
Institut für Mathematik
Prof. Dr. J. Bemelmans, Prof. Dr. S. Maier-Paape, Prof. Dr. R. L. Stens

Aufgaben zur Diplom–Vorprüfung im Herbst 2004
(90 Minuten)
Höhere Mathematik II
W i e d e r h o l u n g s k l a u s u r

Aufgabe 1: (8 Punkte)

(a) (6 Punkte)
Mit Hilfe der Taylor–Formel zeigen Sie:

$$-\frac{1}{8} < x - \arctan(x) < \frac{x^3}{3} \qquad (0 < x \leq 1)$$

(b) (2 Punkte)

$$\frac{11}{24} < \arctan\left(\frac{1}{2}\right) < \frac{5}{8}$$

Aufgabe 2: (16 Punkte)

Berechnen Sie folgende Integrale:

(a) (3 Punkte)

$$\int x(x^2+1)\, e^{-x^2}\, dx\,, \qquad x \in \mathbb{R}$$

(b) (3 Punkte)

$$\int \frac{x}{(3x-1)\sqrt{3x-1}}\, dx\,, \qquad x > \frac{1}{3}$$

(c) (10 Punkte)

$$\int \frac{dx}{x^5 - x^4 + x^3 - x^2}\,, \qquad x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$$

Hinweis: Partialbruchzerlegung

Aufgabe 3: (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - xy}{x+y}\,, & (x,y) \neq (0,0) \\[2ex] 0\,, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass f überall partiell differenzierbar ist. Ist f überall zweimal partiell differenzierbar?

Aufgabe 4: **(12 Punkte)**

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$u'(x) \; + \; \left(x \; - \; \frac{1}{x}\right) \; u(x) \; + \; \frac{xe^{-x^2}}{u(x)} \; = \; 0 \; , \qquad 1 \; < \; x \; < \; e^{e/2}$$

$$u(1) \; = \; 1$$

Aufgabe 5: **(8 Punkte)**

Bestimmen Sie alle lokalen Maximumstellen und Minimumstellen der Funktion

$$f(x) \; = \; \frac{3}{2} \int\limits_0^x \sin(2t) \; (\sin(t) - \cos(t)) \; dt \; , \qquad x \in (0, 2\pi)$$
