

Teil B

Höhere Mathematik III + IV,  
Numerische Mathematik,  
Prof. Dr. J. Bemelmans

---

1. Aufgabe: Welches Volumen besitzt der Körper

(2,5) 
$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 < xe^y < z < x^2 < 4\} ?$$

---

2. Aufgabe: (a) Man zeige, daß das Kurvenintegral

(3) 
$$I(\mathcal{C}) = \int_{\mathcal{C}} |yz| dx - |xz| dy + |xy| dz$$

im  $\mathbb{R}^3$  vom Wege abhängig ist.

(b) Man berechne  $I(\mathcal{C})$  für

$$\mathcal{C} : x = \sin^2 t, y = \cos^2 t, z = t \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

---

3. Aufgabe: Man beweise, daß das uneigentliche Integral

(2,25) 
$$I = \int_0^{\infty} \frac{\sin \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

konvergiert.

---

4. Aufgabe: Man gebe eine linear-gebrochene Abbildung

(2) 
$$w = f(z) = \frac{az + b}{cz + d}$$

an, welche die Halbebene

$$E = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 2\}$$

auf das Äußere des Kreises

$$K = \{w \in \mathbb{C} : |w - 1| = 1\}$$

abbildet.

---

5. Aufgabe: Gegeben sei die Funktion

(1,75) 
$$f(z) = \frac{1}{1 - \cos(2z)} \quad (z \in \mathbb{C}).$$

(a) Man beweise, daß  $f$  in  $z = 0$  einen Pol 2. Ordnung hat.

(b) Man bestimme das Residuum von  $f$  an der Stelle  $z = 0$ .

---