Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
Institut für Mathematik, Prof. Dr. S. Maier–Paape
Anwesenheitsübung zur Höheren Mathematik IV
SS 2003

---

1. Aufgabe: *(10)* Man stelle die Menge

$$M \ := \ \big\{x \in \mathbb{R}: \ \ \big||x-3| \ -2\big| \ < \ 1\big\}$$

als Vereinigung von disjunkten Intervallen dar.

---

2. Aufgabe: *(8)* Es sei $\big\{a_n\big\}_{n\in\mathbb{N}}$ eine monoton wachsende Folge reeller Zahlen und $\big\{a_{n_k}\big\}_{k\in\mathbb{N}}$ eine Teilfolge, welche konvergiert.

Man beweise, dass dann auch $\big\{a_n\big\}_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert.

---

3. Aufgabe: *(15)* Man beweise, dass die durch

$$f(x) \ := \ \frac{3}{4-x^2} \qquad (0 \ < \ x \ < \ 2)$$

definierte Funktion f im Punkte $x_0 = 1$ stetig ist, indem man zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta(\varepsilon) > 0$ so angibt, dass für alle $x \in (0,2)$ mit $|x - x_0| < \delta(\varepsilon)$ gilt:

$$|f(x) \ - \ f(x_0)| \ < \ \varepsilon \ .$$

---

4. Aufgabe: *(4) + (8)*

(a) Man untersuche α) auf Konvergenz und zeige bei β) Divergenz:

$$\alpha) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{2^k} \ ; \qquad\qquad \beta) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{\sqrt{k^2+1}} \ - \ \sqrt{\frac{k}{k+1}} \right) \ ;$$

(10)

(b) Man bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$f(x) \ := \ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k x^k}{(k-1)! \ 3^{k+1}}$$

und berechne $f(x)$ explizit.

---

5. Aufgabe: *(15)* Gegeben seien die Ebenen

$$E_1: \ \underline{x} \ = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} , \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R}) ,$$

$$E_2: \ \left(\underline{x} \ , \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \right) \ = \ 5 \ .$$

(a) Unter welchem Winkel schneiden sich E_1 und E_2 ?

(b) Ermitteln Sie eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden von E_1 und E_2.
