

Teil B

Höhere Mathematik III + IV,  
Numerische Mathematik,  
Prof. Dr. J. Bemelmans

---

**Aufgabe 1:**

- (3,5) (a) Gegeben sei die Abbildung

$$T : \begin{array}{l} x = \xi(x^*, y^*) = x^* - x^*y^* \\ y = \eta(x^*, y^*) = x^*y^* \end{array} .$$

Man berechne die inverse Abbildung  $T^{-1}$  und  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(x^*, y^*)}$  .

- (b) Es sei  $G$  das Gebiet, das von den Geraden  $x + y = 1$  ,  $x + y = 2$  ,  
 $x = 0$  ,  $y = 0$  begrenzt wird und den Punkt  $x = \frac{1}{2}$  ,  $y = 1$  enthält.  
Man berechne das Bild von  $G$  unter der Abbildung  $T^{-1}$  .

- (c) Man berechne

$$\iint_G \exp \left\{ \frac{y}{x+y} \right\} dx dy .$$

---

**Aufgabe 2:** Gegeben sei das räumliche Gebiet

(2) 
$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < z < 2, x^2 + y^2 < (2 - z)^2\} .$$

$\partial K$  sei der Rand von  $K$ . Man berechne das Oberflächenintegral

$$\iint_{\partial K} (x, y, z) \cdot \underline{n} \, do ,$$

wenn  $\underline{n}$  die äußere Normale auf  $\partial K$  ist.

---

**Aufgabe 3:** Man untersuche auf Konvergenz bzw. Divergenz:

(0,75) +  
(1,5) (a)  $\int_1^{\infty} \frac{x + \log x}{x^2} dx$  ; (b)  $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{\arctan x}} dx$  .

---

**Aufgabe 4:** Bestimmen Sie die Laurentreihe zur Funktion

(2)

$$f(z) = z \sin^2 \frac{1}{z} + \frac{1}{z+1}$$

für  $0 < |z| < 1$ .

(**Hinweis:** Für alle  $z \in \mathbb{C}$  gilt  $\cos 2z = 1 - 2 \sin^2 z$ )

---

**Aufgabe 5:** Einer Produktionsanlage werden 1000 Prozessoren entnommen und hinsichtlich

(1,75)

Flieskommaeinheit ( $FPU$ ) und internem Cache überprüft. Bei 905 Prozessoren war sowohl die  $FPU$  in Ordnung (Ereignis  $F$ ) als auch der Cache (Ereignis  $C$ ), bei 35 waren  $FPU$  und Cache defekt, bei insgesamt 80 war die  $FPU$  defekt.

(a) Ergänzen Sie die folgende Tabelle:

	C	$\bar{C}$	$\Sigma$
F	905		
$\bar{F}$		35	80
$\Sigma$			1000

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $p(F \cap \bar{C})$ ,  $p(C/\bar{F})$ ,  $p(F/C)$  und  $p(\bar{F}/C)$ .

---