

Diskrete Zyklen und wo sie nicht zu finden sind

Empirische Analyse von diskreten Zyklen in Aktiencharts auf Tagesbasis

René Brenner
trader@nepmek.de

Inhaltsverzeichnis

1. Grundlagen zur empirischen Zyklusanalyse	3
1.1. Hochs- und Tiefs geben den Takt an	3
1.2. MinMax-Prozess	3
2. Empirische Zyklusanalyse	4
2.1. Signifikante Zyklen erkennen	4
2.2. Empirische Resultate	6
2.3. Empirisches Fazit	10
3. Erklärung der Zyklenwahrnehmung	11
3.1. Stochastischer Ansatz	11
3.2. Statistische Signifikanz von zufällig gefundenen Zyklen	13
3.3. Prozess zur Zyklussuche	15
3.4. Theoretisches Fazit	18
4. Zusammenfassung	19
A. Histogramme der Zyklenzeiten, Aktien des Euro Stoxx 50	21
A.1. Skalierung 1,2	21
A.2. Skalierung 1,5	22
A.3. Skalierung 2	23
A.4. Skalierung 3	24
B. Histogramme der Zyklenzeiten, weitere Märkte	25
C. Berechnungen	26

Einführung

Ein Chart besitzt zwei Dimensionen, die Preis- und die Zeitachse. Ein Preis ist mit dessen Zeitpunkt fest verknüpft. Dementsprechend ist auch jedes Ereignis, jedes Muster, das mit Hilfe der technischen Analyse im Chart erkannt wird, mit einem Punkt auf der Zeitskala verbunden. Es liegt folglich auf der Hand, dass die Punkte auf der Zeitskala selbst von großem Interesse sein können. Es steht natürlich die Frage im Raum, wie eine solche Abfolge von Zeitpunkten zielführend analysiert werden kann. Betrachtet man die Herangehensweise in anderen Fachrichtungen, kommt unweigerlich das Konzept des *Zyklus* auf. Ein Zyklus ist eine periodische Abfolge von Ereignissen. Es ist daher nicht verwunderlich, dass dieser Ansatz regelmäßig für die Analyse von (Aktien-)Märkten verwendet wurde und wird.

So beschäftigte sich auch Murphy mit Zyklen und lobte in seinem Standardwerk [10] die Arbeit von Edward R. Dewey [4], „einer der Pioniere der Zyklenanalyse“, sowie von J. M. Hurst [6]. Nach Dewey existieren bestimmte diskrete Zyklenlängen, die deutlich häufiger vorkommen, als andere und somit als signifikant gelten. So geht auf ihn z.B. der 3,39-Jahreszyklus zurück. Daneben wurden mittlerweile noch zahlreiche andere Zyklen gefunden, denen eine Signifikanz nachgesagt wird. Zu erwähnen sind hierbei der Jahreszyklus, der Wahlzyklus (4-Jahreszyklus), oder aber auch der π -Zyklus. Letzterer ist durch M. Armstrong postuliert worden, dessen Leben bereits Thema für einen Hollywood-Film war.

Für die technische Analyse sind natürlich Konzepte mit Prognosecharakter von besonderem Interesse. Diese Arbeit konzentriert sich daher auf das Konzept von Zyklen, deren Periodenlängen a priori feststehen (diese müssen nicht gleich groß sein) und folglich eine leichte Prognose ermöglichen. So wurde Armstrong vor allem durch seine Voraussage des Börsencrashes von 1987 weltweit bekannt, obgleich er mit seiner Prognose eines Anleihecrashes im Oktober 2015 offensichtlich daneben lag. Bis heute ist die Idee der Prognose mit Hilfe von diskreten Zyklen immer wieder Stoff für umfangreiche Diskussionen. Auf der einen Seite gibt es zahlreiche historische Beispiele von passenden Zyklen in verschiedensten Märkten (die Prognose von Armstrong 1987 ist hier nur das prominenteste Beispiel), auf der anderen Seite steht grundsätzlich der kausale Zusammenhang, vor allem über längere Zeiträume, in Frage.

Diese Arbeit soll daher auf Basis empirischer Untersuchungen und mit Hilfe von statistischer Methoden die Frage der Signifikanz von diskreten Zyklen klären. Als Aufhänger dient dabei ein Artikel in der aktuellen Diskussion im Smart Investor 12/16 (vgl. [3]). Die dort vorgestellte Methodik der empirischen Untersuchung von signifikanten Extrempunkten in Märkten dient als Basis für die Klärung der Frage nach signifikanten Zyklen. Unter Signifikanz wird dabei die statistische Signifikanz verstanden. Ein Ergebnis ist statistisch signifikant, wenn das Zustandekommen des Ergebnisses durch reinen Zufall sehr unwahrscheinlich ist.

Im ersten Kapitel werden die Grundlagen zur empirischen Zyklenanalyse erläutert. Zur Datenerfassung wird dabei auf die automatische Erkennung der signifikanten Hoch- und Tiefpunkte durch den MinMax-Prozess nach Maier-Paape zurück

gegriffen (vgl. [9]). Mit Hilfe der gesammelten Extremadaten können dann alle möglichen halben und ganze Zyklen in einem Markt nach deren Perioden ausgewertet werden.

Diese Daten wiederum ermöglichen im zweiten Kapitel die statistische Analyse zur Klärung der Signifikanzfrage. Es wird sich zeigen, dass die Zyklenzeiten zwar unter gewissen Bedingungen eine gewisse Verteilung mit deutlichem Hochpunkt aufweisen, dieses Phänomen jedoch statistisch bedingt und keinen Zusammenhang zu etwaigen diskreten Zyklen hat. Im Gegenteil wird nachgewiesen, dass die Zyklenzeiten allgemein gleich verteilt sind. Folglich ist jede mögliche Periodenlänge a priori gleich wahrscheinlich.

Da dieses Ergebnis in scheinbarer Diskrepanz zu der Vielzahl an historisch gefundenen Zyklen steht, wird im letzten Kapitel dieses Phänomen mit Hilfe eines einfachen stochastischen Ansatzes erklärt. Es wird sich zeigen, dass oft eine praktikable Anzahl an Versuchen einer Zyklenanpassung reicht, um die Signifikanz des gefundenen Ergebnisses zu verlieren. Wird zusätzlich noch eine gewisse Toleranz bei der Übereinstimmung der Hoch- und Tiefpunkte im Markt und des festgelegten Zyklus eingeräumt, verliert sich die Signifikanz noch weitaus schneller. Konkret kann mit Hilfe eines abstrakten Zyklensuchprozesses für jedes gefundene Beispiel eines Zyklus beurteilt werden, ob eine statistische Signifikanz vorliegt. Dazu muss nur das vom Zyklenucher verwendete Universum an Charts und Zyklenperioden abgeschätzt werden.

Das abschließende Fazit fällt insgesamt eindeutig aus: Diskrete Zyklen sind nicht empirisch motivierbar, da sie keine statistische Signifikanz aufweisen.

1. Grundlagen zur empirischen Zyklusanalyse

Ein Zyklus ist eine „regelmäßig im Zeitablauf abwechselnd einem Maximum und einem Minimum zustrebende Periode“ [5]. Es liegt demnach auf der Hand, dass ein Zyklus immer mit einem Hoch- oder Tiefpunkt sowohl startet als auch endet. Diese Eigenschaft wird die Basis aller nachfolgenden Analysen bilden.

1.1. Hochs- und Tiefs geben den Takt an

Ein Zyklus beginnt und endet nicht nur mit einem Extrempunkt (Hoch oder Tief), sondern auch dessen Mitte liegt auf einem solchen Extrempunkt (d.h. der halbe Zyklus). Die Extrempunkte in einem Chart sind demzufolge Takt gebend für die Zyklusdauer. Sie dienen, bildlich gesprochen, als Eckpfeiler, um die sich der Zyklus wie ein rotes Band zieht. Mathematisch ausgedrückt ist die (halbe) Zyklusdauer die zeitliche Differenz zwischen zwei Extrempunkten. In Termen für die (halbe) Zyklusdauer τ und die Zeitpunkte der einleitenden bzw. abschließenden Extrempunkte t_s und t_e ergibt sich demnach

$$\tau = t_e - t_s, \quad (1)$$

wobei $t_s < t_e$. Wenn also die zeitliche Abfolge der Extrempunkte bekannt ist, können alle möglichen Zyklen eindeutig rekonstruiert werden. Eine Erkennung der Extrempunkte in einem Chart ist demnach sowohl notwendig als auch hinreichend für die nachfolgende Zyklusanalyse.

1.2. MinMax-Prozess

Das Problem der automatischen Erkennung von signifikanten Hoch- und Tiefpunkten für einen beliebigen Chart wurde 2011 von S. Maier-Paape mit Hilfe des von ihm entwickelten MinMax-Prozesses gelöst ([9]). Dieser filtert auf Basis eines vom Benutzer vorgegebenen SAR-Prozesses automatisch die signifikanten Extrempunkte heraus. Dabei kann der Benutzer durch geeignete Wahl eines SAR-Prozesses seine subjektiven Bewertungskriterien einfließen lassen. Für diese Arbeit wird auf den bewährten integrierten MACD zurück gegriffen, der mittels eines Skalierungsparameters gesteuert werden kann (vgl. Abbildung 1). Desto höher die Skalierung, desto träger reagiert der SAR-Prozess und desto signifikanter werden die herausgefilterten Extrempunkte (siehe auch [7]).

Der MinMax-Prozess nach Maier-Paape wurde seitdem bereits mehrfach erfolgreich als Grundlage von statistischen Analysen verwendet ([7], [2], [8], [3]), wovon [3] wie einleitend erwähnt den Anstoß zu dieser Arbeit gab.

2. Empirische Zyklenanalyse



Abbildung 1 Letzter signifikanter Extrempunkt (blaue Linie) des MinMax-Prozesses nach Maier-Paape auf Basis des integralen MACD mit Skalierung 1 am Beispiel des Tagescharts der Adidas Aktie von September 2012 bis August 2013.

2. Empirische Zyklenanalyse

In dem Artikel [3] wird unter anderem die halbe Zyklusdauer aufgeführt. Es stellte sich auf Basis der Extrempunktdata der Aktien des *S&P 100* heraus, dass diese annähernd Log-normalverteilt sind. Für diese Arbeit entscheidend ist die Folgerung daraus, dass keine diskreten Zyklusdauern motiviert werden können. Widerlegt wurde die Existenz von möglichen statistisch signifikanten Zyklusdauern jedoch nicht, da nur die zeitliche Differenz von zwei aufeinander folgenden Extrempunkten als halbe Zyklusdauer betrachtet wurde. Um eine umfassende Aussage zu ermöglichen, müssen jedoch alle möglichen Zeitabstände, die einen (halben) Zyklus bilden können, untersucht werden.

2.1. Signifikante Zyklen erkennen

Die Dauer eines halben oder auch ganzen Zyklus ist nach Gleichung (1) durch die zeitliche Differenz zweier Extrempunkte gegeben. Die einzige Bedingung an die beiden Extrempunkte ist dabei, dass das einleitende Extremum zeitlich vor dem abschließenden liegt ($t_s < t_e$). Insbesondere müssen die Extrempunkte nicht unbedingt direkt aufeinander folgen, sondern das abschließende Extremum kann auch das zweite darauf folgende, oder das dritte, oder allgemein das n -te darauf folgende Extremum sein. Dies würde nur bedeuten, dass für den ganzen oder halben Zyklus mehrere Extrema innerhalb einer Periode liegen und nur nicht beachtet werden. Da der MinMax-Prozess eine alternierende Reihe von Tief- und Hochpunkten liefert, erhält man für ungerade n einen halben Zyklus, wo hingegen ein ganzer Zyklus

2. Empirische Zyklenanalyse

mit einem geraden n korrespondiert. Auf diese Weise ergeben sich alle ganzen und halben Zyklen, oder mathematisch formuliert:

(2.1) Beobachtung (Menge der möglichen Perioden)

Die Menge der halben und ganzen Zyklendauern entspricht der Menge aller zeitlichen Differenzen der Form

$$\tau = t_e - t_s,$$

wobei $t_s < t_e$ und beides Zeiten von Extrempunkten sind. Wenn die Zeiten der Extrempunkte durchnummeriert werden, d.h. die Menge der Zeiten der Extrempunkte ist gegeben durch t_i für $1 \leq i \leq N$ (N entspricht hierbei der Anzahl der Extrempunkte im Chart), dann entspricht die Menge der Zyklendauern der Menge aller zeitlichen Differenzen der Form

$$\tau_{n,i} = t_{i+n} - t_i \quad (2)$$

wobei $1 \leq i \leq N - n$ und $n < N$. ◇

Um alle möglichen halben und ganzen Zyklendauern zu erhalten müssen also für jeden i -ten Extrempunkt die zeitliche Differenz zum n -ten Nachfolger berechnet und gespeichert werden. Neben der Zeitspanne kann hierbei auch das n mit gespeichert werden. Für einen beliebigen Chart durchgeführt ergibt sich so eine Tabelle mit n in der einen Spalte und der dazugehörigen Zeitspanne τ in der anderen.

Wenn ausgewiesene diskrete Zyklendauern existieren, dann werden diese systematisch häufiger auftreten als andere Zeiten. Dies bedeutet, dass man diese in einer Häufigkeitsverteilung, welche man z.B. durch ein Histogramm erhält, als deutliche Peaks erkennen wird. Selbst unter der Berücksichtigung von nicht perfekten Realisierungen würde man noch deutliche Abweichungen von einer stetigen Verteilung erwarten. Die Annahme von der Existenz signifikanter diskreter Zyklen wird folglich verworfen, wenn keine signifikanten Abweichungen von einer stetigen Verteilung erkennbar sind.

Um eine möglichst umfassende Analyse durchzuführen, werden zum einen auf Aktiensicht verschiedene Märkte betrachtet, jeweils repräsentiert durch die Aktien des *Dax 30*, des *Euro Stoxx 50*, des *S&P 100* und des *Nasdaq 100* und die Indizes *S&P 500*, *Dow 30*. Zum anderen werden auch Auswertungen auf Indexbasis (namentlich *S&P 100* und *500*, *Dax 30*, *Dow 30*, *Euro Stoxx 50* und *Nasdaq 100*) und mit Hilfe einer Simulation des *Dax 30* auf Basis einer geometrischen brownischen Bewegung (GBM) getätigt. Letzteres dient als Verifikation, falls signifikante Zeiten auftreten, da eine GBM rein effiziente Märkte erzeugt und so signifikante Zeiten dort a priori ausgeschlossen sind.

All dies wird für insgesamt fünf verschiedene Signifikanzniveaus der Extrema durchgeführt. Dazu wird der MinMax-Prozess auf Basis des integrierten MACD mit den Skalierungsparameter 1, 1.2, 1.5, 2 und 3 betrieben. Als Datenbasis wird dabei immer die jeweils maximal verfügbare Historie genommen, wobei der Auswertungszeitpunkt (und damit der letzte Tag in der Kurshistorie) der 20.12.2016 ist. Es ergeben

sich so hinreichend viele Datensätze um eine statistische Auswertung zu ermöglichen. Die Daten werden weiterhin als Histogramme graphisch aufbereitet und diese schließlich bei Bedarf um eine Anpassung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung ergänzt.

2.2. Empirische Resultate

Insgesamt ähneln sich die Ergebnisse über alle Märkte und Signifikanzniveaus hinweg. Daher werden hier nur die verschiedenen Skalierungen für die Aktien des *Euro Stoxx 50* präsentiert, während Online die entsprechenden Daten für die anderen betrachteten Märkte nachgereicht werden (siehe dazu [1]). Zu Anfang werden die Verteilung der halben und ganzen Zyklen nach n getrennt betrachtet. Es werden also nur Perioden zusammen betrachtet, die gleich viele signifikante Extrempunkte im Inneren haben (nämlich $n - 1$ Stück, da das 0-te und das n -te Extremum die Endpunkte sind und somit nicht mehr im Inneren liegen).

Im Fall $n = 1$ kann die in [3] gemachte Beobachtung, dass die Zeiten der halben Zyklen log-Normalverteilungscharakter aufweisen, auch für andere Märkte bestätigt werden. Ebenso besteht die Abweichung von der log-Normalverteilungskurve wie in Abbildung 2 (links) ersichtlich in einem höheren Anteil von Zeiten zwischen 10 und 35 Handelstagen. Auch für höhere Werte von n , d.h. eine höhere Anzahl an nicht beachteten Hochs- und Tiefs innerhalb des Zyklus zeigt sich eine stetige Verteilung (nach Abzug des aufgrund der kleinen Bingröße zu erwarteten Rauschens). Hier zeigt sich auch sehr deutlich die Transformation von einer rechtsschiefen Verteilung zu einer symmetrischen Normalverteilung (vgl. Abbildung 2, $n = 16$ mit Normal-Fit). Dieses Phänomen kann im zentralen Grenzwertsatz begründet sein, da eine Zeitspanne für $n = 16$ der Summe über 16 Zeitspannen zwischen zwei Extrema (d.h. $n = 1$) entspricht. Unter der Annahme, dass diese jeweils identisch und unabhängig verteilt sind, folgt mit dem ZGW dann direkt die Normalverteilung für große n .

Was überhaupt nicht beobachtet werden kann, sind signifikanten Abweichungen vom stetigen Verlauf (nach Abzug des Rauschens). Dies ist nicht nur für die dargestellten Fälle offensichtlich, sondern auch für alle anderen betrachteten Fälle – sowohl für Aktien, als auch für Indizes und natürlich auch für die simulierten Daten (vgl. Online-Anhang [1]).

Die einzelnen Verteilungen für festes n zeigen natürlich unterschiedliche Hochpunkte. Desto höher das n , desto mehr Wechsel von Hoch- und Tiefpunkten liegen innerhalb einer (halben) Periode. Daher ist zu erwarten, dass die Hochpunkte wie auch der Mittelwert linear mit n steigen. Für die Fragestellung nach diskreten signifikanten Zyklen ist die bloße Existenz eines deutlichen Hochpunktes natürlich interessant. Es darf hier jedoch nicht der Fehler begangen werden, einen rein statistischen Effekt als Grundlage der Argumentation zu verwenden. So zeigen die mit GBM simulierten Daten nach Analyse mit dem MinMax-Prozess die gleiche Charakteristik wie in Abbildung 3 zu erkennen ist. Wie erwähnt kann ein Phänomen, das

2. Empirische Zyklenanalyse

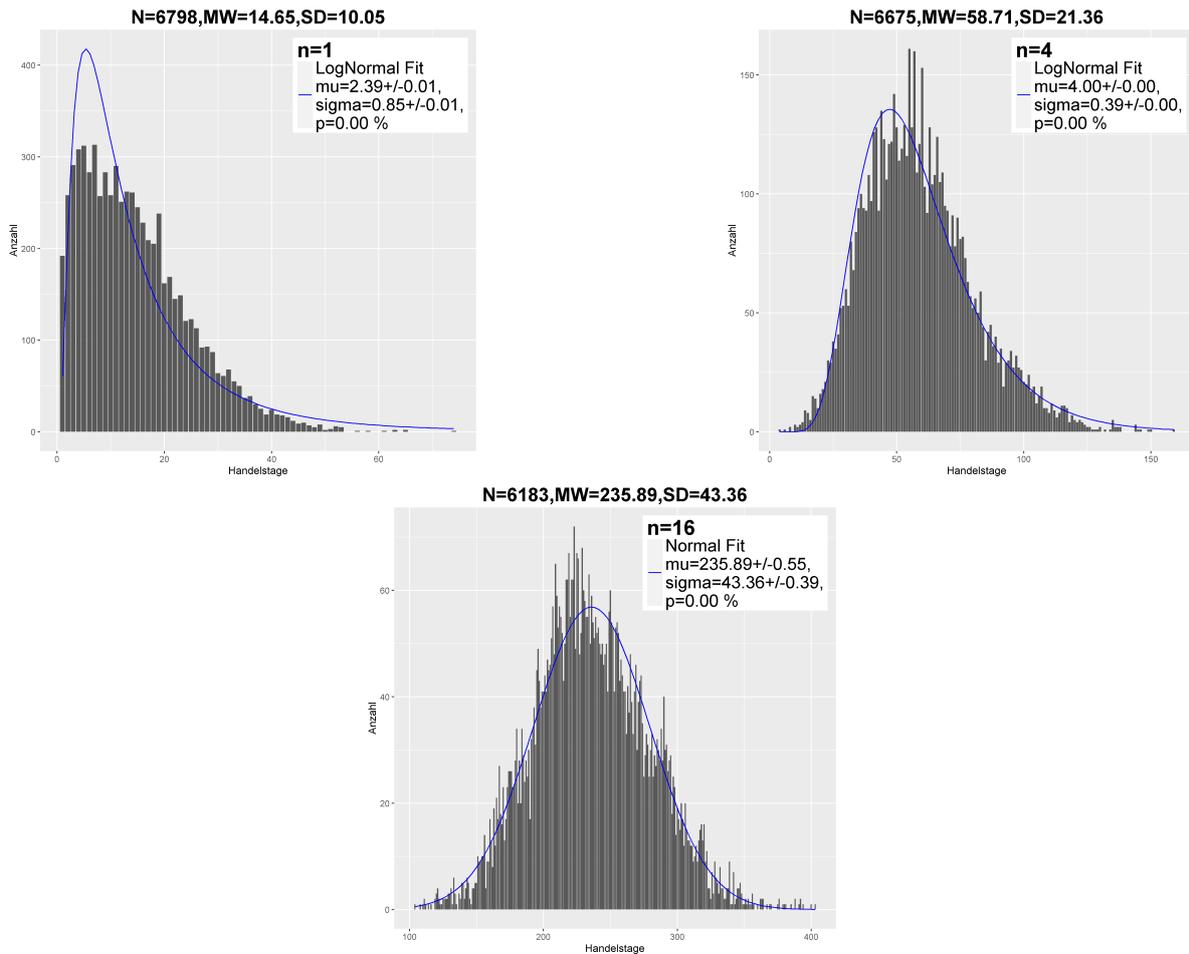


Abbildung 2 Histogramm der (halben) Zykluszeiten für $n = 1, 4, 16$. Basis bilden die Extrempunkte der Aktien des *Euro Stoxx 50* für Skalierung 1. Die Bingröße beträgt einen Handelstag.

auch für einen simulierten, rein effizienten Markt auftritt, keine Grundlage für eine Argumentation einer technischen Idee sein.

Aufgrund der Abhängigkeit des Effektes von n , sollen abschließend die Verteilung für die (halben) Zykluszeiten unabhängig von n betrachtet werden. Würde man nun alle möglichen Zykluszeiten zusammen in einem Histogramm ausgewertet, erhielte man eine Verteilung wie in Abbildung 4 links zu sehen. Der deutliche lineare Abfall ist hierbei jedoch ein hausgemachtes Phänomen, welches durch die begrenzte Historie bedingt ist: Wenn es z.B. in einem Chart 100 Extrema gibt, dann können daraus 99 Zykluszeiten mit $n = 1$, d.h. als Differenz von zwei aufeinanderfolgenden Extrema, berechnet werden. Hierbei hat das letzte Extremum keinen Nachfolger, woraus die $100 - 1$ Zeiten resultieren. Für $n = 2$ können jedoch nur 98 Zykluszeiten berechnet werden, da auch das vorletzte Extremum keinen zweiten Nachfolger hat. Fortgeführt auf beliebige n erkennt man, dass die Anzahl der Zeiten linear mit n abnehmen. Bei der gemeinsamen Betrachtung aller möglichen Zeiten, d.h. der Kom-

2. Empirische Zyklenanalyse

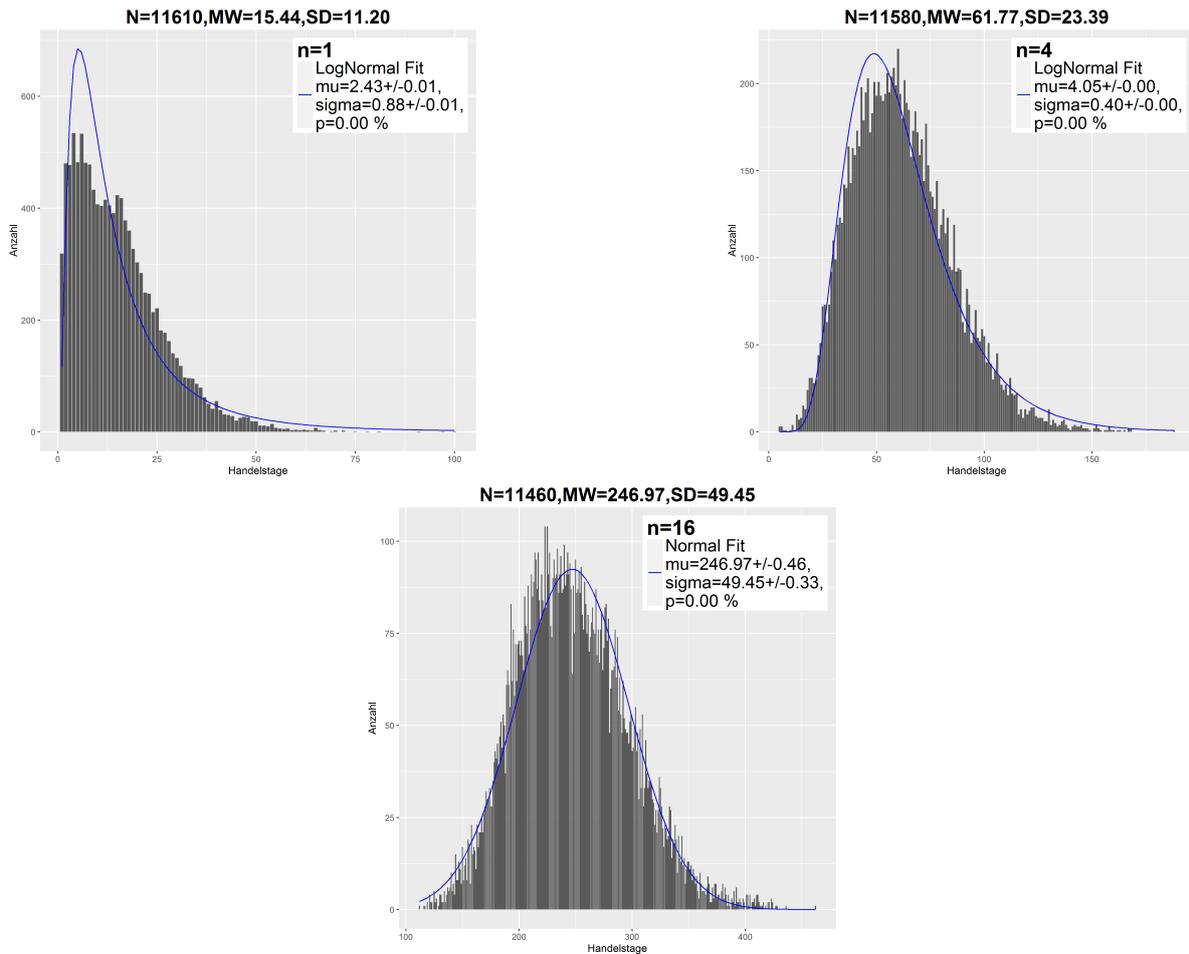


Abbildung 3 Histogramm der (halben) Zykluszeiten für $n = 1, 4, 16$ für einen simulierten effizienten Markt auf Basis der GBM (Skalierung 1). Die Bingröße beträgt einen Handelstag.

bination aller Histogramme (eines für jedes n , n beliebig groß) führt dies zu einer linear abfallenden Gewichtung der einzelnen Fälle. In Wirklichkeit hat jedoch jeder Fall unabhängig von n das gleiche Gewicht, d.h. ein (halber) Zyklus mit $n = 10$ ist a priori nicht häufiger als ein (halber) Zyklus mit $n = 100$ oder $n = 1000$. Um diesen Effekt zu korrigieren, werden nicht die absoluten Häufigkeiten kombiniert, sondern die jeweiligen relativen Häufigkeiten. Folglich gehen alle Histogramme unabhängig vom n mit dem gleichen Gewicht in das Gesamtergebn ein.

Ein auf diese Weise bereinigtes Histogramm bis 4000 Handelstage ist in Abbildung 4 rechts zu sehen. Das korrigierte Histogramm wurde dabei auf 4000 Handelstage beschnitten, da für größere Zeiten die spärliche Datenlage wiederum zu unerwünschten Randeffekten bei der Kombination der relativen Häufigkeiten führte. Hier zeigt sich deutlich, dass die Zykluszeiten modulo Rauschen gleich verteilt sind. Wie aus der vorherigen Analyse zu erwarten, sind keine signifikanten Zeiten erkennbar.

2. Empirische Zyklenanalyse

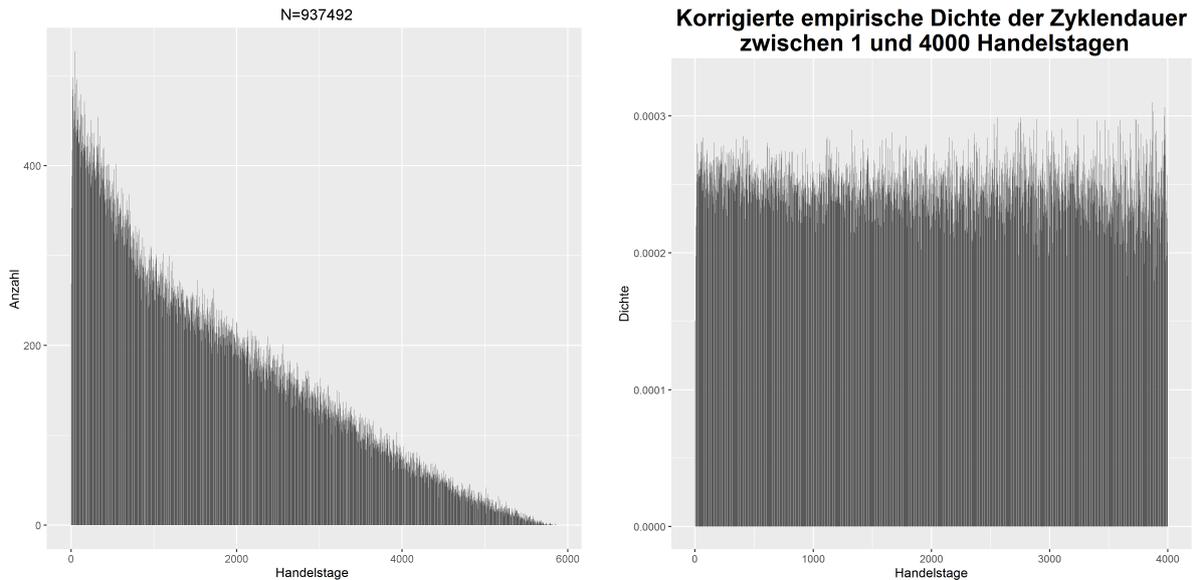


Abbildung 4 Unbereinigtes (links) und bereinigtes (rechts) Histogramm der (halben) Zyklenzeiten. Die Bingröße beträgt einen Handelstag. Der lineare Effekt im linken Histogramm ist durch die limitierte Historie bedingt.

Bei der bisherigen Analyse wurde keine Bedingung an die Extrempunkte gestellt, die den Anfangs- und Endpunkt für einen halben oder ganzen Zyklus setzten. Für ungerades $n > 1$ in Gleichung (2) ist so jedoch die Konstellation möglich, dass der Anfangspunkt des halben Zyklus ein Tief und der Endpunkt ein Hoch ist, wobei das Hoch unter dem Tief liegt. Wenn ein Zyklus als eine Art Schwingung interpretiert wird, liegt ein Widerspruch vor. Von einem Tief ausgehend müsste das nächste Hoch im Zyklus oberhalb sein, da die Schwingung nach oben startet. Um auch die

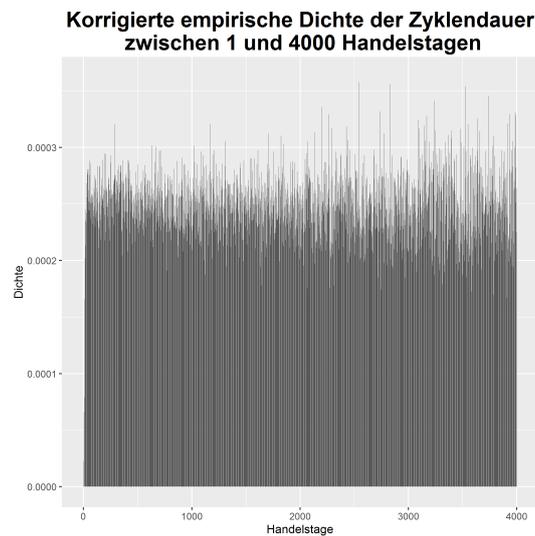


Abbildung 5 Bereinigtes Histogramm der ganzen Zyklusperiode.

2. Empirische Zyklusanalyse

ser Interpretation gerecht zu werden, sollen abschließend bei der Berechnung der korrigierten empirischen Dichte nur ganze Perioden berücksichtigt werden. Auch hier zeigt sich unverändert eine Gleichverteilung (vgl. Abbildung 5).

2.3. Empirisches Fazit

Das Fazit aufgrund der empirischen Analyse fällt eindeutig aus. Für alle betrachtete Märkte sind keine signifikanten Zykluszeiten zu beobachten. Die möglichen Zykluszeiten sind vielmehr a priori gleich verteilt. Stellt man also keine Bedingungen, sondern zieht zufällig einen Zyklus aus den Möglichen heraus, ist jede Periodenlänge gleich wahrscheinlich. Werden dagegen Bedingungen gestellt, wie z.B. die Anzahl $n - 1$ der übersprungenen Extrema, zeigt sich eine rechtsschiefe Verteilung für kleine n , die einer log-Normalverteilung ähnlich sieht. Diese transformiert sich zu einer symmetrischen Normalverteilung für größere n , welches nach Klärung gewisser Annahmen durch den zentralen Grenzwertsatz begründen werden könnte. Das Konzept von a priori ausgezeichneten Zyklen ist demnach für die betrachteten Märkte nicht empirisch motivierbar.

3. Erklärung der Zyklenwahrnehmung

Im vorherigen Kapitel wurde dargelegt, dass die Idee der ausgezeichneten diskreten Zyklen nicht empirisch zu begründen ist. Dennoch beschäftigt das Konzept noch heute die technische Analyse. Es stellt sich die Frage, wie diese Diskrepanz zu erklären ist. Wie kann es dazu kommen, dass man eine Vielzahl von Beispielen finden kann (vgl. [4], [6] und auch die einleitend genannte Vorhersage von M. Armstrong), in denen die Zyklenzeiten scheinbar diskreten Gesetzmäßigkeiten folgen? Dieses Kapitel wird sich mit der Beantwortung dieser Frage beschäftigen. Zur Erklärung wird ein einfacher stochastischer Ansatz gewählt. Dieser wird zeigen, dass das Auffinden von diskreten Zyklen als reine Zufallsfunde erklärbar sind.

3.1. Stochastischer Ansatz

Wie bereits zum Ende von Kapitel 2 sollen nur ganze Perioden von Bedeutung sein. Das Auffinden eines Zyklus gestaltet sich daher in der Praxis folgendermaßen:

(3.1) Zyklussuche

1. Festlegung auf einen bestimmten Chart, in dem der Zyklus gesucht werden soll,
2. Festlegung auf eine bestimmte Periode τ des Zyklus,
3. Fixierung eines Extremums als Ausgangspunkt. Dabei sind zwei Fälle möglich:
Fall A: Das Extremum ist ein Tiefpunkt,
Fall B: Das Extremum ist ein Hochpunkt.
4. Ausgehend vom Ausgangspunkt wird überprüft, wie viele volle Wiederholungen der Periode τ des Zyklus zum historischen Chart passen. Es wird also überprüft, ab wann der historische Chart kein passendes Extremum mehr an den Endpunkten der ganzen Vielfachen einer Periode aufweist. Ein passendes Extremum ist:
Fall A: ein Tiefpunkt,
Fall B: ein Hochpunkt. ◇

Ein (fiktives) Ergebnis wäre dann z.B. ein Zyklus der Periode $\tau = 20$ im Chart der Allianz-Aktie mit Starttief am 19. Mai 1995 und 3 Wiederholungen dieser Periode. Dies bedeutet, dass ausgehend vom 19. Mai im Abstand von exakt 20 Handelstagen drei mal ein Tiefpunkt im Chart vorlag. Die Frage lautet nun, wie wahrscheinlich ist ein solches Ergebnis. Genauer gefragt, wie wahrscheinlich ist es, dass 3 mal hintereinander genau an der richtigen Stelle ein Tiefpunkt im Chart angetroffen wurde?

Um diese Frage zu beantworten wird das Urnenmodell als stochastischer Ansatz herangezogen (vgl. [11]). Das Auffinden eines Extremums an einem bestimmten Handelstag wird also als eine *Ziehung* interpretiert. Dazu wird angenommen, dass die Extrema im Chart gleich verteilt sind, sodass bei einer Auswahl eines beliebigen

3. Erklärung der Zyklenwahrnehmung

Handelstages eine konstante Wahrscheinlichkeit p besteht, dass auf diesem Handelstag ein Extremum liegt. Die Wahrscheinlichkeit p ergibt sich dabei empirisch durch

$$p = \frac{\# \text{ Extrema im Chart}}{\# \text{ Handelstage im Chart}}, \quad (3)$$

also als das Verhältnis der Anzahl der Extrema und der gesamten Handelstage im Chart. Formell handelt es sich um den Fall des *Ziehens ohne Zurücklegen*. Wenn also bei einer Ziehung ein Extrempunkt gezogen wurde, kann dieser eine spezielle Extrempunkt bei weiteren Ziehung nicht noch einmal gezogen werden. Es ändert sich damit also die Wahrscheinlichkeit p für das Ziehen eines Extrempunktes (Zähler und Nenner in Gleichung (3) verringern sich um 1), was jedoch im Folgenden vernachlässigt wird, da die Anzahl der Ziehungen klein im Verhältnis zu der Anzahl der Extrema bzw. der Handelstage im Chart ist. Daher wird von einem *Ziehen mit Zurücklegen* ausgegangen, d.h. mit einer konstanten Wahrscheinlichkeit von p ist für jeden Zug der gewählte Handelstag ein Extrempunkt. Demzufolge ist mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils $p/2$ der gewählte Handelstag ein Tief- bzw. Hochpunkt, da Hoch- und Tiefpunkte im Chart alternieren. Unter dieser Annahme ist die Wahrscheinlichkeit, dass nach Auswahl k verschiedener Handelstagen alle gewählten Tage Hochpunkten oder alle Tiefpunkte sind, gegeben durch

$$\begin{aligned} P \left(\begin{array}{l} k \text{ gezogene Handels-} \\ \text{tage sind Hochpunkte} \end{array} \right) &= \left(\frac{p}{2} \right)^k \\ &= P \left(\begin{array}{l} k \text{ gezogene Handels-} \\ \text{tage sind Tiefpunkte} \end{array} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Für das Beispiel des Zyklus mit drei passenden Tiefpunkten wäre demnach $k = 3$, da drei mal ein Tiefpunkt gezogen wurde. Insgesamt liegen zwar vier Tiefpunkte passend zum Zyklus im Chart, aber das erste Extremum wurde nicht zufällig gezogen. An das erste Extremum sind keine Bedingungen gestellt, es ist frei wählbar. Damit wird es jedoch vor dem eigentlichen Zufallsprozess bewusst gewählt, d.h. es besteht natürlich die Wahrscheinlichkeit 1, dass das erste Extremum auch ein Extremum ist. Erst wenn es fixiert wurde, ist die absolute Lage der anderen Extrema eines Zyklus definiert. An diesen wird dann jeweils ein mal *gezogen*, wobei mit einer Wahrscheinlichkeit von $p/2$ jeweils ein passendes Extremum vorliegt. Folglich gilt auf Basis von Gleichung (4):

$$P \left(\begin{array}{l} \text{Startextremum und } k - 1 \text{ gezogene Handelstage} \\ \text{sind Extrempunkte, die zu einem ganzen Zyklus passen} \end{array} \right) = \left(\frac{p}{2} \right)^{k-1}. \quad (5)$$

Abhängig von der Wahrscheinlichkeit p des Ziehens eines Extrempunktes und der Anzahl der hintereinander gezogenen Extrema k ist diese Wahrscheinlichkeit sehr klein, sodass ein einzelnes Ergebnis schnell signifikant im statistischen Sinne ist (d.h. es ist unwahrscheinlich, dass es zufällig passiert ist). Explizit wird in diesem Zusammenhang zum Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ von einem signifikanten Ergebnis gesprochen, wenn

$$\left(\frac{p}{2} \right)^{k-1} < 5\%. \quad (6)$$

3. Erklärung der Zyklenwahrnehmung

Im Allgemeinfall wird jedoch nicht nur ein bestimmter Zyklus zu einem vorgegebenen Startpunkt geprüft, sondern der Startpunkt, die Periode des Zyklus und auch der Chart selbst sind frei wählbar. D.h. mit Hilfe der drei Parameter Startpunkt, Periode, Chart können eine Vielzahl von verschiedenen Instanzen des Zufallsexperiments durchgeführt werden. Unter der vereinfachenden Annahme, dass jede Ausführung unabhängig von den anderen erfolgt, ist die Wahrscheinlichkeit Q_m , dass bei m Wiederholungen mindestens ein mal eine passende Reihe von k Extrema zu einem vorgegebenen ganzem Zyklus gefunden wird, gegeben durch

$$\begin{aligned} Q_m &= 1 - P \left(\begin{array}{l} \text{Bei } m \text{ unabhängigen Wiederholungen wurde} \\ \text{keine passende Reihe von } k \text{ Extrema gezogen} \end{array} \right) \\ &= 1 - \left[1 - P \left(\begin{array}{l} \text{Startextremum und } k - 1 \text{ gezogene Handelstage} \\ \text{sind Extrempunkte, die zu einem ganzen Zyklus passen} \end{array} \right) \right]^m \\ &= 1 - \left[1 - \left(\frac{p}{2} \right)^{k-1} \right]^m. \end{aligned} \quad (7)$$

Die erste Gleichheit folgt direkt daraus, dass Q_m die Gegenwahrscheinlichkeit davon ist, dass keine einzige der gezogenen Extremasequenzen zu dem Zyklus passt. Bei der zweiten wird wieder das Gegenereignis verwendet, um mit Hilfe von Gleichung (5) zur letztendlichen Formel zu kommen.

Bei m Wiederholungen des Zufallsexperiments ist das Ergebnis des Auffindens mindestens eines passenden Zyklus mit k Extrema also genau dann statistisch signifikant, wenn

$$Q_m = 1 - \left[1 - \left(\frac{p}{2} \right)^{k-1} \right]^m < 5\%. \quad (8)$$

Im Gegenzug liegt keine statistische Signifikanz vor, wenn $Q_m > 5\%$. Für festes p und k hängt es also von der Anzahl der Wiederholungen m ab, ob eine statistische Signifikanz vorliegt. Wenn die Anzahl m zu groß wird, geht die statistische Signifikanz verloren (vgl. dazu im Folgenden (10)).

3.2. Statistische Signifikanz von zufällig gefundenen Zyklen

Wesentlich für die Wahrscheinlichkeit in Gleichung (5) und (7) ist also die Wahrscheinlichkeit p für das Ziehen eines Extrempunktes im Chart, welche empirisch bestimmt werden kann (vgl. Tabelle 1). Für die Aktien eines Index wurde dabei der Mittelwert der Dichten (vgl. (3)) für die einzelnen Aktien verwendet (diese unterschieden sich jedoch nicht wesentlich voneinander). Mit den Werten aus Tabelle 1 ergibt sich z.B., dass die Wahrscheinlichkeit P zu einem a priori festgelegtem Zyklus für eine *Dax 30*-Aktie ausgehend vom Startextremum auf Anstieg 3 hintereinander passende Extrempunkte zu ziehen durch

$$P = \left(\frac{6,7}{2 \cdot 100} \right)^{4-1} \approx 0,004\% \quad (9)$$

3. Erklärung der Zyklenwahrnehmung

Skalierung	1	1,2	1,5	2	3
Dax 30	6,8%	5,9%	4,9%	3,7%	2,6%
Euro Stoxx 50	6,7%	5,8%	4,7%	3,6%	2,5%
Dow 30	6,7%	5,7%	4,7%	3,6%	2,5%
S&P 100	6,7%	5,7%	4,7%	3,6%	2,5%
Nasdaq 100	6,7%	5,8%	4,7%	3,6%	2,5%
Indexauswahl	6,8%	5,7%	4,6%	3,6%	2,5%
Mittelwert	6,7%	5,8%	4,7%	3,6 %	2,5%

Tabelle 1 Tabelle der empirisch ermittelten Wahrscheinlichkeiten p für Extrempunkte.

gegeben ist (bei Skalierung 1). Dies ist ein sehr signifikantes Ergebnis! Wie passt dies und die Vielzahl von Beispielen gefundener Sequenzen diskreter Zyklen in verschiedensten Charts mit dem Fazit des vorherigen Kapitels zusammen, welches diskreten Zyklen klar die statistische Signifikanz abgesprochen hat? – Nun, der entscheidende Punkt ist hier die Anzahl der Wiederholungen m . Bei der Suche nach Zyklen wird nicht nach dem ersten Versuch aufgegeben. Im Gegenteil motiviert ein zufällig gefundener Zyklus vielleicht erst, diesen in anderen Märkten oder anderen Zeitspannen wiederzufinden. Zur Erklärung der Diskrepanz zwischen Empfinden und fehlender statistischer Signifikanz ist daher die Wahrscheinlichkeit Q_m aus Gleichung (7) wesentlich. Je größer die Anzahl der Wiederholungen m , desto größer ist natürlich die Wahrscheinlichkeit eine passende Sequenz von Extrempunkten zu ziehen. Zur Veranschaulichung ist in Tabelle 2 die Anzahl der notwendigen Wiederholungen in Abhängigkeit von k angegeben, um über das Signifikanzlevel von $\alpha = 5\%$ zu kommen. Sobald dieses überschritten ist, wird das Ziehen einer passenden Sequenz zu einem a priori festgelegten Zyklus nicht mehr als statistisch signifikant angesehen und es steht nicht mehr im Widerspruch zu den zuvor gemachten empirischen Untersuchungen.

Skalierung	1	1,2	1,5	2	3
k=2	2	2	3	3	5
k=3	46	62	93	158	335
k=4	1.346	2.135	3.904	8.696	27.050
k=5	39.960	73.963	165.409	481.282	2.185.403
k=6	1.187.173	2.562.987	7.009.438	26.636.891	176.562.750
k=7	35.269.914	88.814.411	297.035.058	1.474.239.355	14.264.817.926
k=8	1.047.841.246	3.077.658.913	12.587.427.065	81.598.184.914	1.152.141.952.571

Tabelle 2 Tabelle der empirisch ermittelten Wiederholungen m um über das Signifikanzniveau von 5% zu gelangen für verschiedene Sequenzlängen k .

Die Grenze für m in Abhängigkeit von p und k ist dabei allgemein gegeben durch

$$m \geq \frac{\ln 0.95}{\ln \left[1 - \left(\frac{p}{2} \right)^{k-1} \right]}. \quad (10)$$

3. Erklärung der Zyklenwahrnehmung

Skalierung	1	1,2	1,5	2	3
k=2	1	1	1	1	1
k=3	2	3	4	7	14
k=4	11	18	32	70	217
k=5	64	119	265	771	3.497
k=6	380	821	2.243	8.524	56.501
k=7	2.258	5.685	19.011	94.352	912.950
k=8	13.413	39.395	161.118	1.044.390	14.751.783
k=9	79.694	273.023	1.365.516	11.560.517	238.364.810
k=10	473.529	1.892.191	11.573.141	127.965.176	3.851.582.895

Tabelle 3 Tabelle der empirisch ermittelten Wiederholungen m um über das Signifikanzniveau von 5% zu gelangen für verschiedene Sequenzlängen k bei einer Toleranz von ± 2 Tagen.

Die Wahrscheinlichkeit p zur Berechnung der notwendigen Wiederholungen in Tabelle 2 ist dabei für die einzelne Skalierung aus den Einträgen in Tabelle 1 gemittelt worden (vgl. Zeile *Mittelwert*). Da sich die empirischen Wahrscheinlichkeiten für Extrempunkte p nicht sonderlich unterscheiden, ist Tabelle 2 repräsentativ für alle Märkte.

Wenn die Anzahl der Wiederholungen m zur Entdeckung eines a priori festgelegten Zyklus bekannt ist, kann aus der Tabelle 2 abgelesen werden, ob zum Niveau $\alpha = 5\%$ statistische Signifikanz besteht, oder nicht. Es zeigt sich, dass für $k < 4$ bereits nach wenigen Versuchen keine statistische Signifikanz mehr vorliegt. Für die am wenigsten ausgeprägten und damit am häufigsten vorkommenden Extrema ist dies bereits ab 46 Wiederholungen der Fall (vgl. Tabelle 2, Skalierung 1).

Falls noch die Voraussetzung einer perfekten Übereinstimmung fallen gelassen wird, vergrößern sich die in den Gleichungen (4) bis (10) verwendete Wahrscheinlichkeit p . Wird eine Abweichung von jeweils $\pm d$ Handelstagen zwischen den Extrempunkten und einem vorgegebenen Zyklus toleriert, vergrößert sich die Wahrscheinlichkeit p um den Faktor $2d + 1$. Unter Beachtung einer solchen Toleranz ersetzt sich p also durch

$$p' = (2d + 1) \cdot p. \quad (11)$$

Dies führt bereits bei scheinbar kleinen Toleranzen schnell zu einem nicht signifikanten Ergebnis (d.h. $Q_m > 5\%$). Zur Verdeutlichung sind in Tabelle 3 die Wiederholungen bei einer Toleranz von $d = 2$ Tagen angegeben.

3.3. Prozess zur Zyklussuche

Häufig ist jedoch die Anzahl m der Wiederholungen aus Kapitel 3.2, die für das Auffinden eines Zyklus benötigt wurden, nicht bekannt. In diesem Fall kann jedoch für jede Sequenzlänge k abgeschätzt werden, wie viele Wiederholungen theoretisch zur Verfügung gestanden hätten. Dazu wird gemäß (3.1) vorgegangen, wobei zusätzlich

3. Erklärung der Zyklenwahrnehmung

in jedem Schritt die Anzahl der Wahlmöglichkeiten einbezogen werden. Zu erwähnen ist, dass bei (3.1).3 der Ausgangspunkt eines Zyklus sowohl der Start-, als auch der Endpunkt sein kann. Um den Vorgang der Zyklenuche praxisnäher zu gestalten, wird in (3.2).3 der Endpunkt eines Zyklus als Ausgangspunkt fixiert. Es könnte auch der Startpunkt für die Zyklessuche fixiert werden und die nachfolgenden Berechnungen würden analog verlaufen sowie zum gleichen Ergebnis führen. Durch die Wahl des Endpunktes als Ausgangspunkt bekommt jedoch ein gefundener Zyklus der Periode τ einen unmittelbaren Prognosecharakter, wenn der Endpunkt der Sequenz weniger als τ Tage zurückliegt. Für einen Zyklessucher in der Vergangenheit war bei der Detektion eines Zyklus der Rest des Charts „in der Zukunft“, der weitere Verlauf war also unbekannt. Demnach lag auch der Endpunkt der nächsten Periode noch im Unbekannten.

(3.2) Zyklessuche (Wiederholungsanzahl)

0. Fixiere die Sequenzlänge k des zu suchenden Zyklus.
1. Wähle einen Chart i mit Länge L_i aus einem Universum mit N Charts aus. Für das in dieser Arbeit betrachtete Universum ist $N \approx 300$ und die mittlere Länge beträgt $L \approx 5000$ Handelstage.
2. Fixiere die Periodenlänge τ des zu suchenden Zyklus. Es wird angenommen, dass $\tau \geq 5$. Zudem ist τ durch die bereits festgelegten Parameter k und L_i beschränkt durch

$$(k - 1)\tau \leq (L_i - 1). \quad (12)$$

Andernfalls stände nicht genügend Kurshistorie für eine $k - 1$ fache Wiederholung einer Periode zur Verfügung.

3. Fixiere den Zeitraum, in dem der Endpunkt der Zyklussequenz liegen darf. Da $k - 1$ Wiederholungen der Periode in der Vergangenheit möglich sein müssen, gilt für den maximal zur Verfügung stehenden Zeitraum

$$Z_{max} = [(k - 1)\tau + 1, L_i] \quad (13)$$

4. Fixiere das Enddatum der Zyklussequenz. Offenbar ist **jedes** Extremum in Z_{max} ein mögliches Endextremum. Die Anzahl der möglichen Enddaten beträgt bei einer Extremumdichte von p im betrachteten Chart demnach

$$\# \text{ Endextrema} = (L_i - (k - 1)\tau) \cdot p. \quad (14)$$

5. Teste, ob mindestens k Wiederholungen der Periode zum Chart passen. \diamond

Für eine Zyklessuche, wie in (3.2) beschrieben, kann die Anzahl der maximal möglichen Wiederholungen M berechnet werden durch

$$\begin{aligned} M(k, p) &= \sum_{i=1}^N \sum_{\tau=5}^{(L_i-1)/(k-1)} \# \text{ Endextrema} \stackrel{(14)}{=} \sum_{i=1}^N \sum_{\tau=5}^{(L_i-1)/(k-1)} [L_i - (k - 1)\tau] \cdot p \\ &= \frac{p}{2} \cdot \frac{N}{k-1} \left(\sigma^2(L) + L^2 - 9(k-1)L + 20(k-1)^2 + k - 2 \right) \end{aligned} \quad (15)$$

3. Erklärung der Zyklenwahrnehmung

wobei L den Mittelwert und $\sigma^2(L)$ die Varianz der Chartlängen im betrachteten Universum bezeichnet. Ein detaillierter Rechenweg ist im Anhang C zu finden. Falls davon ausgegangen wird, dass alle Charts ungefähr die gleiche Länge haben, gilt $\text{Var}(L) \approx 0$ und die Formel vereinfacht sich zu

$$M(k, p) = \frac{p}{2} \cdot \frac{N}{k-1} \left(L^2 - 9(k-1)L + 20(k-1)^2 + k - 2 \right) \quad (16)$$

Die möglichen Wiederholungen $M(k, p)$ für das in dieser Arbeit verwendete Chartuniversum sind in Abhängigkeit der Skalierungen in Tabelle 4 angegeben. Zur Berechnung wurde die Wahrscheinlichkeit für ein Extremum bei der jeweiligen Skalierung gemittelt, da diese nur marginal variieren (vgl. Tabelle 1).

Skalierung	1	1,2	1,5	2	3
k=3	1.607.078.216	1.377.813.719	1.126.686.606	862.666.761	590.962.534
k=4	1.069.792.913	917.177.109	750.007.892	574.256.298	393.389.397
k=5	801.151.328	686.859.718	561.669.284	430.051.639	294.603.221
k=6	639.967.231	548.670.016	448.666.717	343.529.302	235.331.829
k=7	532.511.877	456.544.157	373.332.171	285.848.126	195.817.830
k=8	455.758.663	390.740.495	319.522.209	244.647.613	167.593.768
k=9	398.194.286	341.388.206	279.165.111	213.747.515	146.425.919
k=10	353.422.467	303.003.499	247.776.590	189.714.360	129.962.210

Tabelle 4 Tabelle der verfügbaren Wiederholungen $M(k, p)$ bei Beachtung aller Charts für verschiedene Skalierungen ($L \approx 5000$, $N \approx 300$).

Zusätzlich können die Wahrscheinlichkeiten für das Auffinden eines Zyklus bei Nutzung aller Möglichkeiten angegeben werden, indem die Werte aus Tabelle 4 als m in (7) eingesetzt werden (mit den korrespondierenden p und k). Wird eine perfekte Übereinstimmung von Extrempunkten und Zyklus angesetzt, resultieren die in Tabelle 5 angegebenen Werte. Wird dagegen eine Toleranz von ± 2 Tagen gewährt, ergeben sich die in Tabelle 6 angegebenen Wahrscheinlichkeiten.

Der Vergleich der Tabellen 2 und 4 zeigt, dass, ohne Kenntnis der verwendeten Wiederholungen, erst ab $k = 8$ perfekten Übereinstimmungen das Auffinden eines beliebigen Zyklus als statistisch signifikant angesehen werden kann. In diesem Fall ist es, unabhängig von der zur Grunde gelegten Signifikanz der Extrempunkte (d.h. der Skalierung), selbst bei Nutzung aller zur Verfügung stehenden Möglichkeiten sehr unwahrscheinlich, dass ein Zyklus mit solch einer Übereinstimmung zufällig gefunden wurde. Dies verdeutlicht auch Tabelle 5, da alle Einträge $Q_m < \alpha = 5\%$ signifikante Ergebnisse implizieren. Wird dagegen eine Toleranz von ± 2 Tagen gewährt, gilt eine analoge Aussage erst ab $k = 15$ ungefähren Übereinstimmungen, was auch die Wahrscheinlichkeiten in Tabelle 6 verdeutlichen.

3. Erklärung der Zyklenwahrnehmung

Skalierung	1	1,2	1,5	2	3
k=3	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
k=4	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
k=5	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	99.90%
k=6	100.00%	100.00%	96.25%	48.39%	6.61%
k=7	53.90%	23.18%	6.24%	0.99%	0.07%
k=8	2.21%	0.65%	0.13%	0.02%	0.00%
k=9	0.07%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%
k=10	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

Tabelle 5 Wahrscheinlichkeit Q_m (vgl. (7)) für das Auffinden von mindestens einem Zyklus mit k Übereinstimmungen bei Nutzung aller verfügbaren Wiederholungen $m = M(k, p)$ aus Tabelle 4. **Exakte Übereinstimmung** der Extrempunkte mit dem Zyklus.

Skalierung	1	1,2	1,5	2	3
k=3	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
k=4	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
k=5	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
k=6	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
k=7	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
k=8	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	94.57%
k=9	100.00%	100.00%	100.00%	99.13%	14.58%
k=10	100.00%	100.00%	99.59%	31.63%	0.86%
k=11	100.00%	99.51%	44.13%	3.04%	0.05%
k=12	98.80%	50.22%	6.05%	0.25%	0.00%
k=13	49.40%	8.80%	0.67%	0.02%	0.00%
k=14	10.03%	1.22%	0.07%	0.00%	0.00%
k=15	1.64%	0.16%	0.01%	0.00%	0.00%
k=16	0.26%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%

Tabelle 6 Wahrscheinlichkeit Q_m (vgl. (7)) für das Auffinden von mindestens einem Zyklus mit k Übereinstimmungen bei Nutzung aller verfügbaren Wiederholungen $m = M(k, p)$ aus Tabelle 4. **Toleranz von ± 2 Handelstagen** bei der Übereinstimmung der Extrempunkte mit dem Zyklus.

3.4. Theoretisches Fazit

Es wurde einleitend zu diesem Kapitel die Frage gestellt, wie die Diskrepanz zwischen subjektiver Wahrnehmung und dem Fazit der empirischen Analyse zu erklären ist. Es konnte mittels eines einfachen stochastischen Ansatzes dargelegt werden, dass es gar nicht so unwahrscheinlich ist, einen Zyklus zu finden. Die vielen Beispiele von gefundenen diskreten Zyklen widersprechen der empirischen Analyse also nicht. Im Gegenteil. Es mussten an gewissen Stellen diskreten Zyklen auftreten. Wie aus Tabelle 5 bzw. 6 ersichtlich, ist die Wahrscheinlichkeit für das Auffinden

4. Zusammenfassung

eines beliebigen Zyklus mit $k = 6$ perfekten Übereinstimmungen bzw. mit $k = 11$ ungefähren Übereinstimmungen (± 2 Handelstage) im betrachteten Aktienuniversum fast 1. Eine statistische Signifikanz und damit eine begründete Bedeutung für die Anwendung ergibt sich dadurch jedoch gerade nicht. Von einer solchen könnte allgemein erst ab $k = 8$ perfekten Übereinstimmungen bzw. $k = 15$ ungefähren Übereinstimmungen ausgegangen werden.

Die hier vorgestellten Ergebnisse sind wesentlich davon geprägt, dass bei der Zyklussuche viele Wiederholungen zur Verfügung stehen. Insbesondere die Anzahl der Charts (großes N) und die Möglichkeit der Variation der Periodenlänge τ tragen zu einer großen Anzahl möglicher Wiederholungen bei. Ein „Zyklensucher“, der a priori nur eine handvoll Charts (z.B. $N \leq 5$) und nur eine feste Periodenlänge (z.B. Jahreszyklen) betrachtet, wird bereits bei deutlich kleinerem k signifikante Ergebnisse finden (z.B. für $N = 5$, $L = 5000$ und $\tau = 250$ bei $k = 4$ bei perfekter Übereinstimmung oder $k = 7$ bei ± 2 Handelstage Toleranz). Bei größeren Toleranzen ($\pm d$ Handelstage, $d \gg 2$) bzw. falls einzelne Extrempunkte „ignoriert“ oder weg interpretiert werden, wenn diese nicht zum Zyklus passen, geht die statistische Signifikanz aber schnell wieder verloren.

4. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde der Frage nach der Signifikanz von diskreten Zyklen nachgegangen. Es wurde gezeigt, dass diese **nicht** empirisch belegbar sind. Im Gegenteil existieren keine ausgezeichneten Zyklen, sondern die Zyklenzeiten folgen insgesamt einer Gleichverteilung. Diese empirische Erkenntnis widerspricht auch nicht den bisher gefundenen Beispielen von diskreten Zyklen. Vielmehr wird erwartet, dass aufgrund der vielen zur Verfügung stehenden Wiederholungen Extremasequenzen zufällig auftreten, die zu einem Zyklus passen.

Abschließend bleibt anzumerken, dass der Nutzen der hier vorgestellten Methodik nicht auf Börsencharts begrenzt ist. Vielmehr kann sie auf analoge Weise auf jeden beliebigen Chart angewendet werden.

Literatur

- [1] *Anhang*. URL: http://www.instmath.rwth-aachen.de/~brenner/VTAD2_Anhang.zip.
- [2] René Brenner und Stanislaus Maier-Paape. "Survey on Log-Normally Distributed Market-Technical Trend Data". In: *Risks* 4.3 (2016), S. 20. ISSN: 2227-9091. DOI: 10.3390/risks4030020. URL: <http://www.mdpi.com/2227-9091/4/3/20>.
- [3] René Brenner, Stanislaus Maier-Paape und Andreas Platen. "Normalverteilte Finanzmarktdaten? Teil 3: Zyklen". In: *Smart Investor* 12 (2016).
- [4] Edward R. Dewey und Og Mandino. *Cycles, the Mysterious Forces That Trigger Events*. Manor Books, 1973.
- [5] Duden. URL: <http://www.duden.de/rechtschreibung/Zyklus#Bedeutung5>.
- [6] J. M. Hurst. *The profit magic of stock transaction timing*. Prentice-Hall, 1970.
- [7] René Kempen. "Fibonacci are human (made)". In: *VTAD Award 2016* (2016).
- [8] René Kempen, Stanislaus Maier-Paape und Andreas Platen. "Normalverteilte Finanzmarktdaten? Teil 2: Retracements". In: *Smart Investor* 6 (2016).
- [9] S. Maier-Paape. "Automatic one two three". In: *Quantitative Finance* 15.2 (2015), S. 247–260. DOI: 10.1080/14697688.2013.814922.
- [10] John J. Murphy. *Technical Analysis of the Financial Markets*. Paramus, NJ 07652: New York Institute of Finance, 1999.
- [11] Wikipedia. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Urnenmodell#Ziehen_mit_Zur.C3.BCcklegen.

A. Histogramme der Zykluszeiten, Aktien des Euro Stoxx 50

A.1. Skalierung 1,2

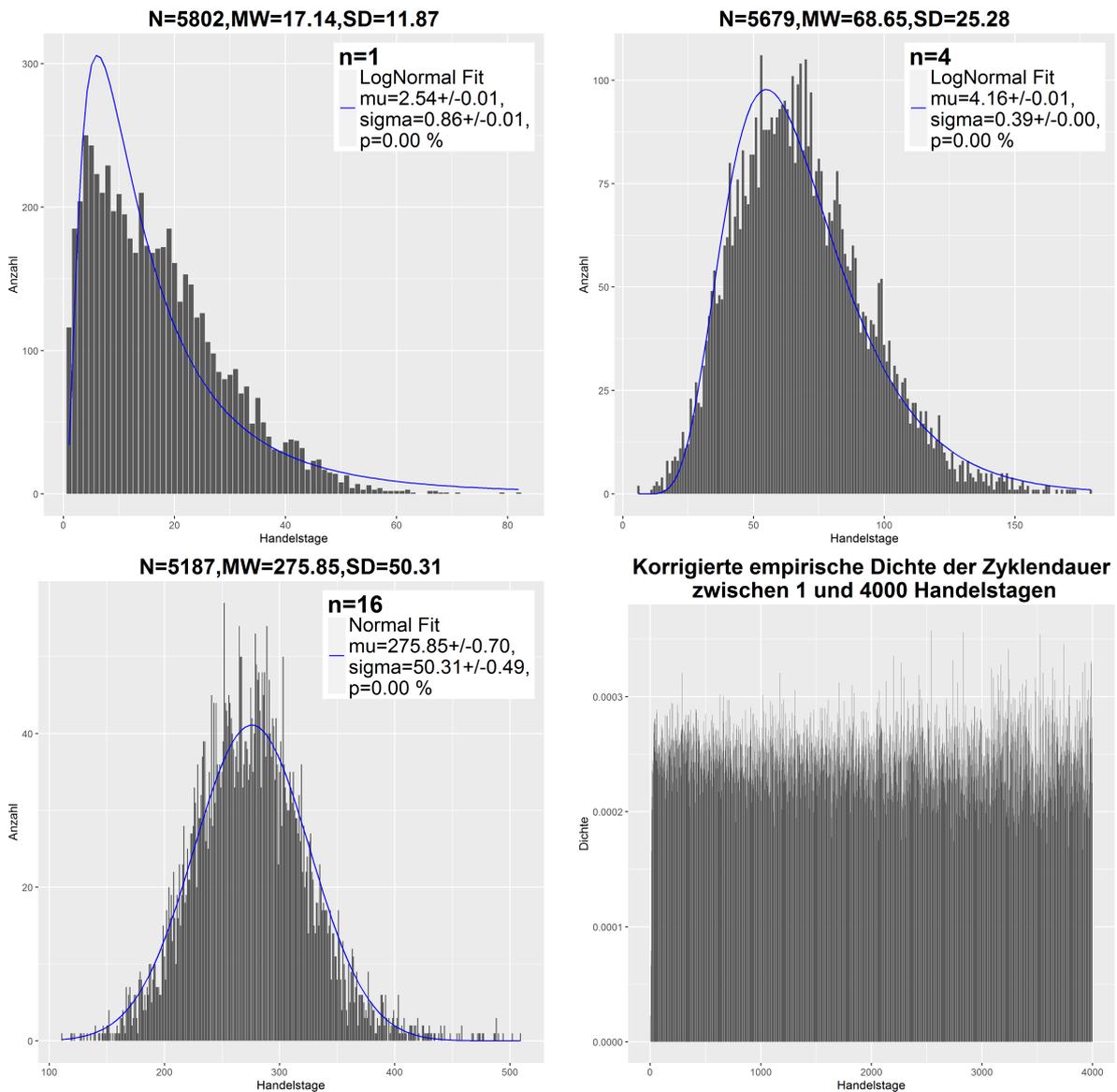


Abbildung 6 Histogramm der (halben) Zykluszeiten für $n = 1, 4, 16$ und korrigiertes Histogramm für beliebiges gerades n für die Aktien des Euro Stoxx 50 (Skalierung 1,2). Die Bingröße beträgt einen Handelstag.

A.2. Skalierung 1,5

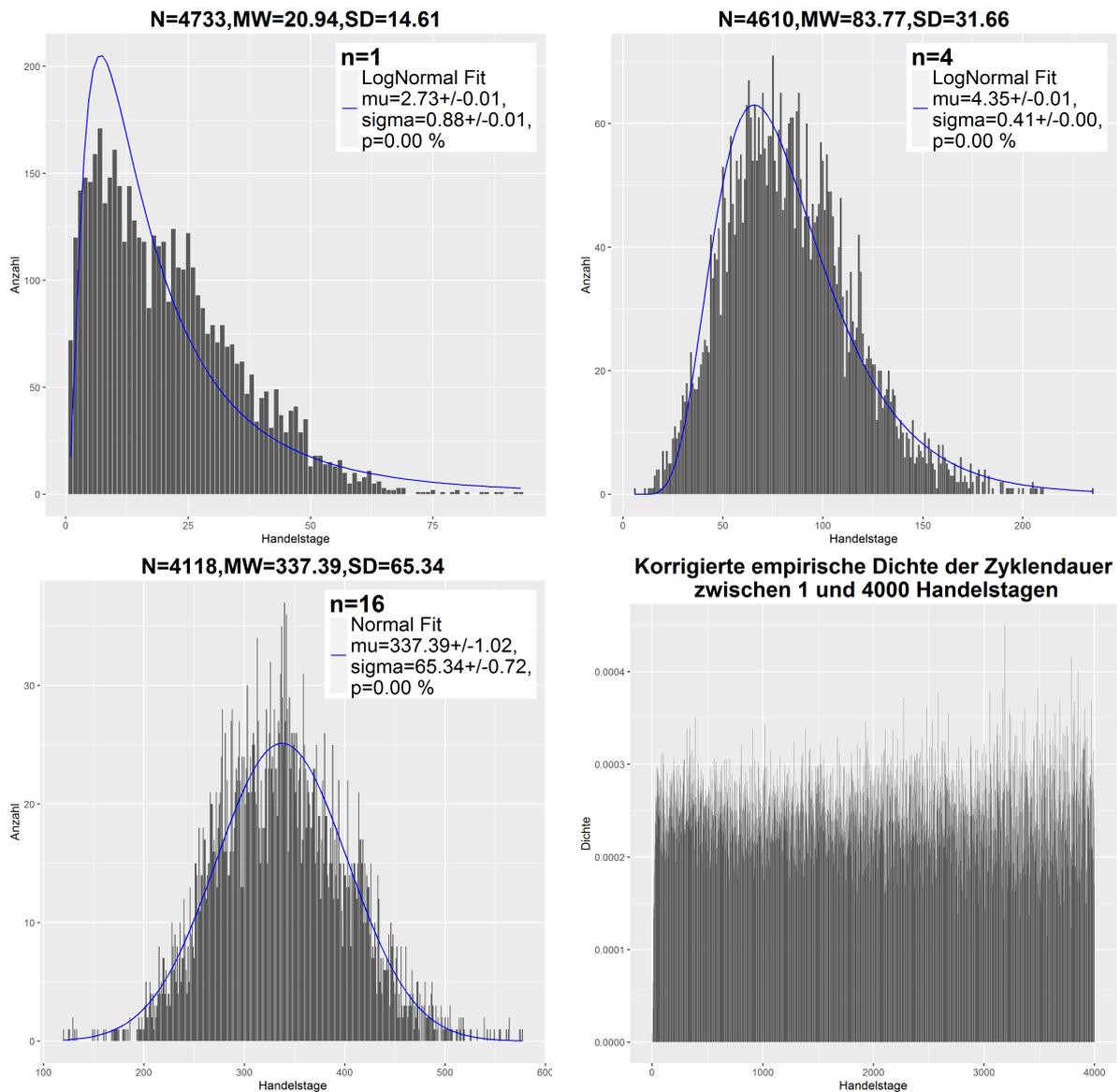


Abbildung 7 Histogramm der (halben) Zykluszeiten für $n = 1, 4, 16$ und korrigiertes Histogramm für beliebiges gerades n für die Aktien des *Euro Stoxx 50* (Skalierung 1,5). Die Bingröße beträgt einen Handelstag.

A.3. Skalierung 2

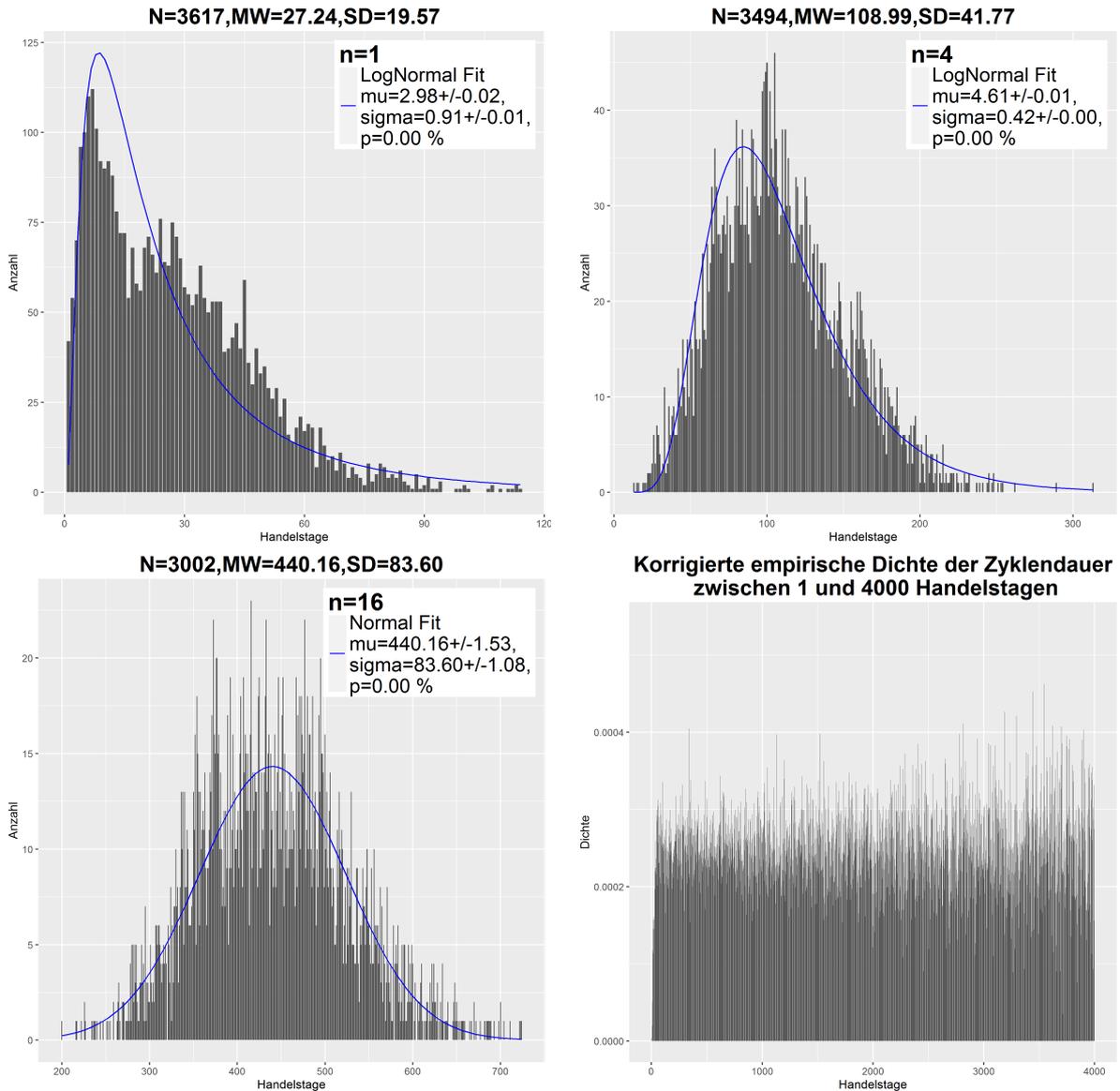


Abbildung 8 Histogramm der (halben) Zykluszeiten für $n = 1, 4, 16$ und korrigiertes Histogramm für beliebiges gerades n für die Aktien des *Euro Stoxx 50* (Skalierung 2). Die Bingröße beträgt einen Handelstag.

A.4. Skalierung 3

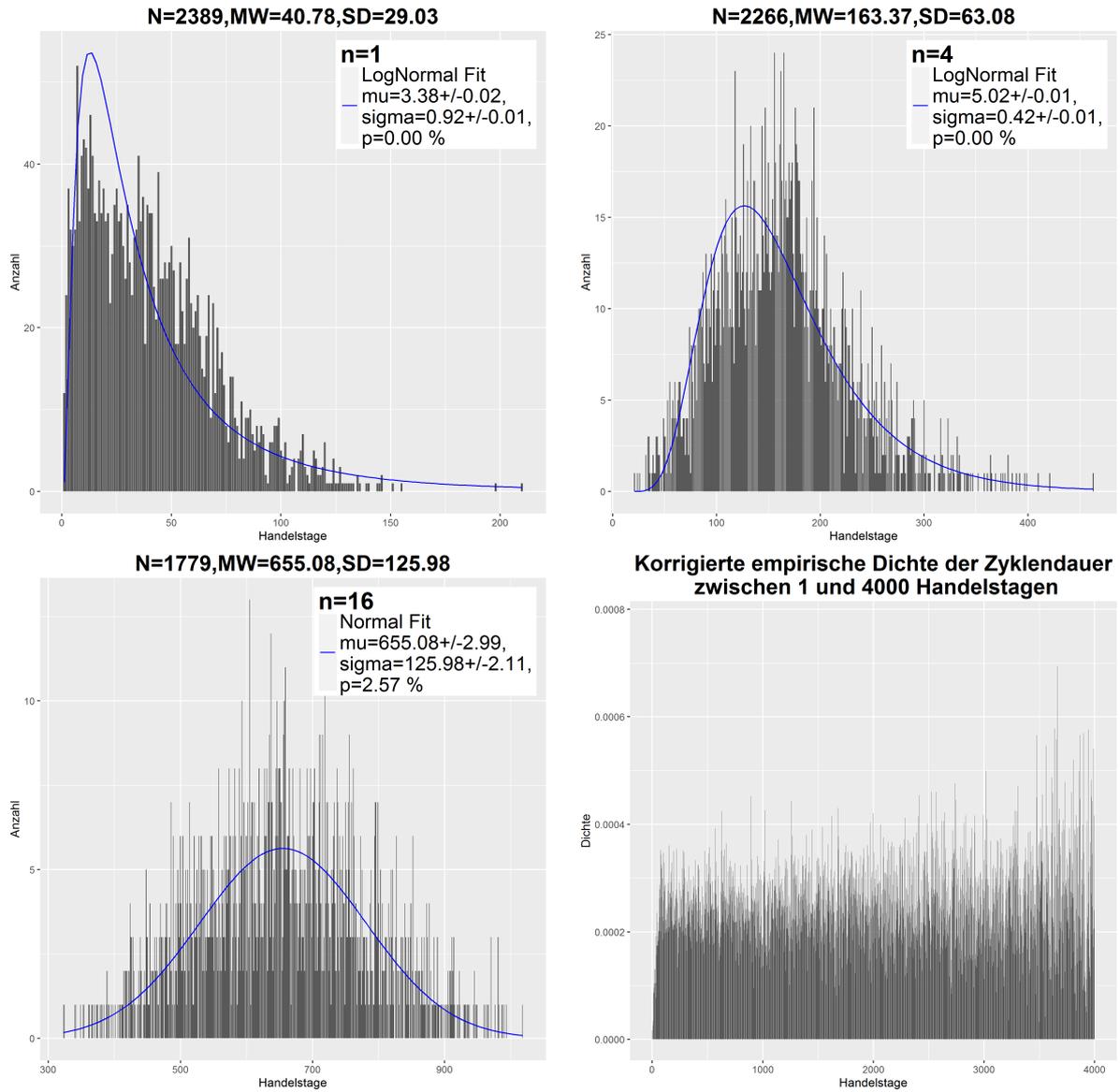


Abbildung 9 Histogramm der (halben) Zykluszeiten für $n = 1, 4, 16$ und korrigiertes Histogramm für beliebiges gerades n für die Aktien des *Euro Stoxx 50* (Skalierung 3). Die Bingröße beträgt einen Handelstag.

B. Histogramme der Zykluszeiten, weitere Märkte

Weitere Histogramme zu den folgenden Märkten sind online unter [1] zu finden:

- Tagescharts der Aktien des *Dax 30* in den Ordnern *DAX_macdi_x*
- Tagescharts der Aktien des *Euro Stoxx 50* in den Ordnern *DOW_macdi_x*
- Tagescharts der Aktien des *Dow 30* in den Ordnern *Euro Stoxx 50 (Frankfurt)_macdi_x*
- Tagescharts der Aktien des *S&P 100* in den Ordnern *SuP100_macdi_x*
- Tagescharts der Aktien des *Nasdaq 100* in den Ordnern *Nasdaq 100_macdi_x*
- Tagescharts der Indizes in den Ordnern *Indizes_macdi_x*
- Tageschart eines simulierten, effizienten *Dax 30* in den Ordnern *Simulierter effizienter Dax_macdi_x*

wobei x durch den Skalierungsparameter zu ersetzen ist und in die Betrachtung der Indizes folgende Charts Beachtung fanden

- Dax 30
- Euro Stoxx 50
- Dow 30
- S&P 100
- S&P 500
- Nasdaq 100

C. Berechnungen

Für eine Zyklussuche, wie in 3.2 beschrieben, kann die Anzahl der maximal möglichen Wiederholungen M bei Kenntnis der Sequenzlänge $k - 1$ mit $k \geq 2$, der Extremumwahrscheinlichkeit p , der Anzahl der Charts N und des Mittelwertes L sowie der Varianz $\sigma^2(L)$ der Chartlängen L_i berechnet werden durch

$$\begin{aligned}
 M(k, p) &= \sum_{i=1}^N \sum_{\tau=5}^{(L_i-1)/(k-1)} \# \text{ Endextrema} \stackrel{(14)}{=} \sum_{i=1}^N \sum_{\tau=5}^{(L_i-1)/(k-1)} [L_i - (k-1)\tau] \cdot p \\
 &= p \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{L_i-1}{k-1} - 5 + 1 \right) L_i - (k-1) \sum_{\tau=5}^{(L_i-1)/(k-1)} \tau \right] \\
 &= p \sum_{i=1}^N \left[L_i \frac{L_i-1}{k-1} - 4L_i - (k-1) \left(\sum_{\tau=1}^{(L_i-1)/(k-1)} \tau - 10 \right) \right] \\
 &= p \sum_{i=1}^N \left[L_i \frac{L_i-1}{k-1} - 4L_i - (k-1) \left(\frac{1}{2} \frac{L_i-1}{k-1} \left(\frac{L_i-1}{k-1} + 1 \right) - 10 \right) \right] \\
 &= p \sum_{i=1}^N \left[L_i \frac{L_i-1}{k-1} - 4L_i - \left(\frac{1}{2} (L_i-1) \left(\frac{L_i-1}{k-1} + 1 \right) - 10(k-1) \right) \right] \\
 &= p \sum_{i=1}^N \left[L_i \frac{L_i-1}{k-1} - \frac{1}{2} L_i \frac{L_i-1}{k-1} - 4L_i + \frac{1}{2} \frac{L_i-1}{k-1} - \frac{1}{2} (L_i-1) + 10(k-1) \right] \\
 &= p \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{2(k-1)} L_i^2 + \left(\frac{-1+1}{2(k-1)} - 4 - \frac{1}{2} \right) L_i + 10(k-1) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{k-1} \right) \right] \\
 &= \frac{p}{2(k-1)} \sum_{i=1}^N \left[L_i^2 - 9(k-1)L_i + 20(k-1)^2 + k - 2 \right] \\
 &= \frac{p}{2} \cdot \frac{N}{k-1} \left(\sigma^2(L) + L^2 - 9(k-1)L + 20(k-1)^2 + k - 2 \right) \tag{17}
 \end{aligned}$$